

03.01.24(M)

[This question paper contains 16 printed pages.]

Your Roll No.....

Sr. No. of Question Paper : 614

G

Unique Paper Code : 2272101103

Name of the Paper : Introductory Statistics for Economics

Name of the Course : B.A. (H) Economics DSC-3

Semester : I

Duration : 3 Hour

Maximum Marks : 90

Instructions for Candidates

1. Write your Roll No. on the top immediately on receipt of this question paper.
2. Answers may be written either in English or Hindi; but the same medium should be used throughout the paper.
3. All questions within each section are to be answered in a contiguous manner on the answer sheet. Start each question on a new page, and all subparts of a question should follow one after the other.
4. All intermediate calculations should be rounded off to 3 decimal places. The values provided in statistical tables should not be rounded off. All final calculations should be rounded off to two decimal places.
5. The use of a simple non-programmable calculator is allowed.
6. Statistical tables are attached for your reference.

छात्रों के लिए निर्देश

1. इस प्रश्न-पत्र के मिलते ही ऊपर दिए गए निर्धारित स्थान पर अपना अनुक्रमांक लिखिए।
2. इस प्रश्न-पत्र का उत्तर अंग्रेजी या हिंदी किसी एक भाषा में दीजिए, लेकिन सभी उत्तरों का माध्यम एक ही होना चाहिए।
3. प्रत्येक खंड के सभी प्रश्नों के उत्तर पत्रक पर सन्निहित तरीके से दीजिये। प्रत्येक प्रश्न को एक नए पृष्ठ पर प्रारंभ कीजिये, और एक प्रश्न के सभी उपभागों को एक के बाद एक अनुसरण कीजिये।

P.T.O.

4. सभी मध्यवर्ती गणनाओं को 3 दशमलव स्थानों तक पूर्णांकित किया जाना चाहिए। सांख्यिकीय तालिकाओं में प्रदान किए गए मानों को गोल नहीं किया जाना चाहिए। सभी अंतिम गणनाओं को दो दशमलव स्थानों तक पूर्णांकित किया जाना चाहिए।
5. एक साधारण गैर-प्रोग्रामेबल कैलकुलेटर के उपयोग की अनुमति है।
6. सांख्यिकीय टेबल आपके संदर्भ के लिए संलग्न हैं।

PART A

भाग ए

Question No. 1 is compulsory. Attempt any two questions from 2, 3 and 4

प्रश्न क्रमांक 1 अनिवार्य है। 2, 3 और 4 में से किन्हीं दो प्रश्नों का उत्तर दीजिए।

Q1. (a) The first four deviations from the mean in a sample of 5 reaction times are 0.3, 0.9, 1.0 and 1.3. Answer the questions that follow

- i. What is the deviation from the sample mean for the fifth observation?
- ii. Calculate the sample standard deviation. If each observation is multiplied by 2. What is the new variance?
- iii. What is the degree of freedom for sample standard deviation and why is it not equal to the number of observations in the sample? (1+2+2)

(b) Consider the following data and answer the questions that follow

Class Interval	0-5	5-10	10-15	15-20	20-30	30-40	40-60	60-90
Relative Frequency	0.177	0.166	0.175	0.136	0.194	0.078	0.044	0.030

- i. Identify the class interval in which the sample median would lie.
- ii. Calculate the density for each class interval.
- iii. What proportion of observations are between 25 and 45? (1+2+2)

Q1. (ए) 5 प्रतिक्रिया समय के नमूने में माध्य से पहले चार विचलन 0.3, 0.9, 1.0 और 1.3 हैं। निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए:

- i. पांचवें अवलोकन के लिए नमूना माध्य से विचलन क्या है?
- ii. नमूना मानक विचलन की गणना कीजिए। यदि प्रत्येक अवलोकन को 2 से गुणा किया जाए तो नया विचरण क्या है?

- iii नमूना मानक विचलन के लिए स्वतंत्रता की डिग्री क्या है और यह नमूने में टिप्पणियों की संख्या के बराबर क्यों नहीं है? (1+2+2)

(बी) निम्नलिखित आंकड़ों पर विचार कीजिए और आने वाले प्रश्नों के उत्तर दीजिये

कक्षा अंतराल	0-5	5-10	10-15	15-20	20-30	30-40	40-60	60-90
आवृत्ति	0.177	0.166	0.175	0.136	0.194	0.078	0.044	0.030

- i उस वर्ग अंतराल की पहचान कीजिए जिसमें नमूना माध्यिका स्थित होगी।
 ii प्रत्येक वर्ग अंतराल के लिए घनत्व की गणना कीजिए।
 iii 25 और 45 के बीच प्रेक्षणों का अनुपात क्या है? (1+2+2)

Q2. (a) The students A_1 , A_2 and A_3 go to college on any given day with probability $P(A_i)$, where $i = 1, 2$ and 3. Suppose that the event of A_1 going to college is independent of A_2 going to college on any given day, $P(A_1 \cap A_2 \cap A_3) = 0.04$, $P(A_3|A_1 \cap A_2) = 0.25$, and $P(A_2) = 4P(A_1)$.

- i. If the probability of all three students not coming to college on any given day is 0.06, what is the probability that at least one of them will come to college on that day?
 ii. Evaluate $P(A_1 \cup A_2)$ and interpret it.
 iii. If A_2 has come to college on any given day, what is the probability that A_1 and A_3 will also come to college on that day? (1+2+2)

(b) A bookstore purchases three copies of a book at Rs. 6.00 each and sells each at Rs. 12.00 each. Unsold copies are returned for Rs. 2.00. The PMF of X is given as follows

X	0	1	2	3
p(x)	0.1	0.2	0.2	0.5

Find the

- i PMF of the net revenue function Y .
 ii Expected value and variance of X
 iii Expected value and variance of the net revenue Y .
 iv Find $P(Y \geq 8)$ (10)

Q2. (ए) छात्र A_1 , A_2 और A_3 किसी भी दिन प्रायिकता $P(A_i)$ के साथ कॉलेज जाते हैं, जहां $i = 1, 2$ और 3 है। मान लीजिए कि A_1 के कॉलेज जाने की घटना A_2 के कॉलेज जाने से स्वतंत्र है किसी भी दिन, $P(A_1 \cap A_2 \cap A_3) = 0.04$, $P(A_3|A_1 \cap A_2) = 0.25$, और $P(A_2) = 4P(A_1)$.

- i यदि किसी भी दिन तीनों छात्रों के कॉलेज न आने की प्रायिकता 0.06 है, तो क्या प्रायिकता है कि उनमें से कम से कम एक उस दिन कॉलेज आएगा?
- ii $P(A_1 \cup A_2)$ का मूल्यांकन कीजिए और इसकी व्याख्या कीजिए।
- iii यदि A_2 किसी भी दिन कॉलेज आया है, तो क्या संभावना है कि A_1 और A_3 भी उस दिन कॉलेज आएंगे? (1+2+2)

(बी) एक किताब की दुकान एक किताब की तीन प्रतियां 6.00 रुपये में खरीदती है और प्रत्येक को रु. 12.00 पर बेचता है। बिना बिकी प्रतियां रुपये 2.00 में वापस कर दी जाती हैं। एक्स का पीएमएफ इस प्रकार दिया गया है

X	0	1	2	3
p (x)	0.1	0.2	0.2	0.5

खोजिये

- i शुद्ध राजस्व फंक्शन वाई का पीएमएफ ।
- ii एक्स का अपेक्षित मूल्य और विचरण ।
- iii शुद्ध राजस्व Y का अपेक्षित मूल्य और भिन्नता ।
- iv $P(Y \geq 8)$ खोजिये । (10)

Q3 (a) One per cent of all individuals in a certain population are carriers of a particular disease. A diagnostic test for this disease has a 90 per cent detection rate for carriers and a 5% detection rate for noncarriers. Suppose the test is applied independently to two different blood samples from the same randomly selected individual.

- i. Draw the tree diagram for the question.
- ii. What is the probability that both tests yield the same result?
- iii. If both tests are positive, what is the probability that the selected individual is a carrier?

(1+2+2)

Q3. (b) Let X be a random variable with cdf

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 2 \\ \frac{(x-2)}{2}, & 2 \leq x \leq 4 \\ 1, & x \geq 4 \end{cases}$$

- i Find the pdf of X .
- ii Find $P(2/3 < X < 3)$.
- iii Find $P(X > 3.5)$.
- iv Find the 60th percentile.
- v Find $P(X = 3)$.

(2*5=10)

Q3 (ए) एक निश्चित आबादी में सभी व्यक्तियों में से एक प्रतिशत किसी विशेष बीमारी के वाहक हैं। इस बीमारी के निदान परीक्षण में वाहकों के लिए पता लगाने की दर 90 प्रतिशत और गैर वाहकों के लिए पता लगाने की दर 5% है। मान लीजिए कि परीक्षण एक ही यादृच्छिक रूप से चयनित व्यक्ति के दो अलग-अलग रक्त नमूनों पर स्वतंत्र रूप से लागू किया जाता है।

- प्रश्न के लिए वृक्ष आरेख बनाएं।
- इसकी क्या प्रायिकता है कि दोनों परीक्षणों का परिणाम समान हो?
- यदि दोनों परीक्षण सकारात्मक हैं, तो समस्या क्या है?

(1+2+2)

Q3. (बी) मान लीजिए कि एक्स सीडीएफ के साथ एक यादृच्छिक चर है

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 2 \\ \frac{(x-2)}{2}, & 2 \leq x \leq 4 \\ 1, & x \geq 4 \end{cases}$$

- एक्स की पीडीएफ ढूँढें।
- $P(2/3 < X < 3)$ ज्ञात कीजिए।
- $P(X > 3.5)$ खोजिये।
- 60वाँ शतमक ज्ञात कीजिए।
- $P(X = 3)$ ज्ञात कीजिए।

(2*5=10)

Q4. (a) Suppose that Delhi witnesses only two types of days, rainy or sunny. The probability that a rainy day is followed by a rainy day is 0.8 and the probability that a sunny day is followed by a rainy day is 0.6. Find the probability that a rainy day is followed by:

- A rainy day, a sunny day, and another rainy day;
- Two sunny days and then a rainy day;
- No sunny day for three consecutive days;
- Rain two days later

(1+1+1+2)

(b) i) The time T , in days, required for the completion of a contracted project is a random variable with PDF

$$f_T(t) = 0.1e^{-0.1t} \text{ for } t > 0 \text{ and } 0 \text{ otherwise}$$

Suppose the contracted project must be completed in 15 days. If $T < 15$ there is a cost of Rs. $5(15-T)$ and if $T > 15$ there is a cost of Rs. $10(T-15)$. Find the expected value of the cost.

ii) Consider the experiment where product items are being inspected for the presence of a particular defect until the first defective product item is found. Let X denote the total number of items inspected. Suppose a product item is defective with probability p , $p > 0$, independently of other product items. Find $E(X)$ in terms of p when pmf is given as $p(x) = (1-p)^{x-1}p$.

(5+5)

Q4. (ए) मान लीजिए कि दिल्ली में केवल दो प्रकार के दिन होते हैं, बरसात या धूप। एक बरसाती दिन के बाद एक बरसाती दिन आने की प्रायिकता 0.8 है और एक धूप वाले दिन के बाद एक बरसाती दिन आने की प्रायिकता 0.6 है। प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि इसके बाद बरसात का दिन आएगा:

- i एक बरसात का दिन, एक धूप वाला दिन, और एक और बरसात का दिन;
- ii दो धूप वाले दिन और फिर एक बरसात वाला दिन;
- iii लगातार तीन दिनों तक धूप नहीं;
- iv दो दिन बाद बारिश । (1+1+1+2)

(बी) i) एक अनुबंधित परियोजना को पूरा करने के लिए आवश्यक समय टी, दिनों में, पीडीएफ के साथ एक यादृच्छिक चर है

$$f_T(t) = 0.1e^{-0.1t} \text{ for } t > 0 \text{ and } 0 \text{ अन्यथा}$$

मान लीजिए कि अनुबंधित परियोजना 15 दिनों में पूरी होनी चाहिए। यदि $T < 15$ तब रुपये की लागत $5(15-T)$ है। और यदि $T > 15$ है तो $10(T - 15)$ रुपये की लागत है। लागत का अपेक्षित मूल्य ज्ञात कीजिए।

ii) उस प्रयोग पर विचार कीजिए जहां उत्पाद वस्तुओं का किसी विशेष दोष की उपस्थिति के लिए निरीक्षण किया जा रहा है जब तक कि पहला दोषपूर्ण उत्पाद आइटम नहीं मिल जाता। मान लीजिए कि X निरीक्षण की गई वस्तुओं की कुल संख्या को दर्शाता है। मान लीजिए कि एक उत्पाद वस्तु अन्य उत्पाद वस्तुओं से स्वतंत्र रूप से प्रायिकता p , $p > 0$ के साथ दोषपूर्ण है। जब pmf को $p(x) = (1-p)^{x-1}p$ के रूप में दिया जाता है, तो p के संदर्भ में $E(X)$ खोजिये । (5+5)

PART B

भाग बी

Attempt any two questions from 5, 6 and 7

5, 6 और 7 में से किन्हीं दो प्रश्नों का उत्तर दीजिए

Q5. (a) Suppose the useful lifetime, in years, of a personal computer (PC) is exponentially distributed with parameter $\lambda = 0.25$. A student entering a four-year undergraduate program inherits a two-year-old PC from his sister who just graduated. Find the probability the useful life time of the PC the student inherited will last at least until the student graduates. (5)

(b) In a shipment of 10,000 of a certain type of electronic component, 300 are defective. Suppose that 50 components are selected at random for inspection, and let X denote the number of defective components found.

- Find $P(X \leq 3)$. Which distribution would you use?
- Find $E(X)$ and $V(X)$.
- Find an approximation to the probability $P(X \leq 3)$, and compare it with the exact probability found in part (i). Which distribution would you use to find approximate probability? Give reasons for your answer.

(3+3+4)

(c) A candy company distributes boxes of chocolates with a mixture of creams, toffees, and cordials. Suppose that the weight of each box is 1 kilogram, but the individual weights of the creams, toffees, and cordials vary from box to box. For a randomly selected box, let X and Y represent the weights of the creams and the toffees, respectively, and suppose that the joint density function of these variables is

$$f(X, Y) = \frac{2}{5}(2x + 3y), \text{ for } 0 \leq x \leq 1; 0 \leq y \leq 1, 0 \leq x + y \leq 1$$

$$= 0, \text{ otherwise}$$

- Find the probability that in a given box cordials account for more than $1/2$ of the weight. What is the probability that the weight of the toffees in a box is less than $1/8$ of a kilogram if it is known that creams constitute $3/4$ of the weight?
- Are X and Y independent? Explain using appropriate statistical measures. ($5 \times 2 = 10$)

Q5. (ए) मान लीजिए कि एक पर्सनल कंप्यूटर (पीसी) का उपयोगी जीवनकाल, वर्षों में, पैरामीटर $\lambda = 0.25$ के साथ तेजी से वितरित किया जाता है। चार-वर्षीय स्नातक कार्यक्रम में प्रवेश करने वाले एक छात्र को अपनी बहन से दो-वर्षीय पीसी विरासत में मिलती है जिसने अभी-अभी स्नातक किया है। इस संभावना का पता लगाएं कि छात्र को विरासत में मिला पीसी का उपयोगी जीवन काल कम से कम छात्र के स्नातक होने तक चलेगा।

(5)

(बी) एक निश्चित प्रकार के इलेक्ट्रॉनिक घटक के 10,000 के शिपमेंट में, 300 दोषपूर्ण हैं। मान लीजिए कि 50 घटकों को निरीक्षण के लिए यादृच्छिक रूप से चुना गया है, और X पाए गए दोषपूर्ण घटकों की संख्या को दर्शाता है।

- $P(X \leq 3)$ ढूँढता हूँ। आप किस वितरण का उपयोग करेंगे?
- $E(X)$ और $V(X)$ खोजिये।
- संभाव्यता $P(X \leq 3)$ का एक अनुमान लगाएं, और इसकी तुलना भाग (i) में पाई गई सटीक संभाव्यता से कीजिए। अनुमानित संभाव्यता ज्ञात करने के लिए आप किस वितरण का उपयोग करेंगे? अपने उत्तर के कारण बताएं।

(3+3+4)

(सी) एक कैंडी कंपनी क्रीम, टॉफी और कॉर्डियल्स के मिश्रण के साथ चॉकलेट के बक्से वितरित करती है। मान लीजिए कि प्रत्येक डिब्बे का वजन 1 किलोग्राम है, लेकिन क्रीम, टॉफी और कॉर्डियल्स का अलग-अलग वजन अलग-अलग डिब्बे में अलग-अलग होता है। यादृच्छिक रूप से चयनित बॉक्स के लिए, मान लीजिए कि X और Y क्रमशः क्रीम और टॉफी के वजन का प्रतिनिधित्व करते हैं, और मान लें कि इन चरों का संयुक्त घनत्व कार्य है

$$f(X, Y) = \frac{2}{5}(2x + 3y), \text{ for } 0 \leq x \leq 1; 0 \leq y \leq 1, 0 \leq x + y \leq 1$$

= 0, अन्यथा

- i प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि किसी दिए गए बॉक्स में कॉर्डियल्स का वजन $1/2$ से अधिक है। इसकी क्या प्रायिकता है कि एक डिब्बे में टॉफियों का वजन एक किलोग्राम के $1/8$ भाग से कम है, यदि यह ज्ञात हो कि वजन का $3/4$ भाग क्रीम का है?
- ii क्या X और Y स्वतंत्र हैं? उचित सांख्यिकीय उपायों का उपयोग करके समझाएँ। ($5 \times 2 = 10$)

Q6 (a) An examination is frequently regarded as being good (in the sense of determining a valid grade spread for those taking it) if the test scores of those taking the examination can be approximated by a normal density function. The instructor often uses the test scores to estimate the normal parameters μ and σ and then assigns the letter grade A to those whose test score is greater than $\mu + \sigma$, B to those whose score is between μ and $\mu + \sigma$, C to those whose score is between $\mu - \sigma$ and μ , D to those whose score is between $\mu - 2\sigma$ and $\mu - \sigma$, and F to those getting a score below $\mu - 2\sigma$. Determine the % of students who receive grade A, B, C and D. (5)

(b) A typesetting agency used by a scientific journal employs two typesetters. Let X_1 and X_2 denote the number of errors committed by typesetter 1 and 2, respectively, when asked to typeset an article. Suppose that X_1 and X_2 are Poisson random variables with expected values 2.6 and 3.8, respectively.

- i What is the variance of X_1 and of X_2 ?
- ii Suppose that typesetter 1 handles 60% of the articles. Find the probability that the next article will have no errors.
- iii If an article has no typesetting errors, what is the probability it was typeset by the second typesetter? ($2+3+5$)

Q6. (c) A coin is tossed twice. Let A denote the number of heads on the first toss and B the total number of heads on the 2 tosses. If the coin is unbalanced and a head has a 30% chance of occurring,

- i Find the joint probability distribution of A and B.
- ii Check whether A and B are dependent, using appropriate statistical measures. ($2 \times 5 = 10$)

Q6 (ए) एक परीक्षा को अक्सर अच्छा माना जाता है (इसे लेने वालों के लिए एक वैध ग्रेड प्रसार निर्धारित करने के अर्थ में) यदि परीक्षा देने वालों के परीक्षण स्कोर को सामान्य घनत्व फ़ंक्शन द्वारा अनुमानित किया जा सकता है। प्रशिक्षक अक्सर सामान्य मापदंडों μ और σ का अनुमान लगाने के लिए परीक्षण स्कोर का उपयोग करता है और फिर उन लोगों को ग्रेड ए अक्षर प्रदान करता है जिनका परीक्षण स्कोर $\mu + \sigma$ से अधिक है, बी उन लोगों को जिनका स्कोर μ और $\mu + \sigma$ के बीच है, सी उन लोगों को देता है जिनका स्कोर होता है $\mu - \sigma$ और μ के बीच, D उन लोगों के लिए जिनका स्कोर $\mu - 2\sigma$ और $\mu - \sigma$ के बीच है, और F उन लोगों के लिए जिनका स्कोर $\mu - 2\sigma$ से नीचे है। ग्रेड ए, बी, सी और डी प्राप्त करने वाले छात्रों का प्रतिशत निर्धारित कीजिए। (5)

(बी) एक वैज्ञानिक जर्नल द्वारा उपयोग की जाने वाली टाइपसेटिंग एजेंसी दो टाइपसेटर्स को नियुक्त करती है। मान लीजिए X_1 और X_2 किसी लेख को टाइप करने के लिए कहे जाने पर क्रमशः टाइपसेटर 1 और 2 द्वारा की गई त्रुटियों की संख्या को दर्शाते हैं। मान लीजिए कि X_1 और X_2 क्रमशः अपेक्षित मान 2.6 और 3.8 के साथ पॉइसन यादृच्छिक चर हैं।

- X_1 और X_2 का प्रसरण क्या है?
- मान लीजिए कि टाइपसेटर 1 60% लेखों को संभालता है। प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि अगले लेख में कोई त्रुटि नहीं होगी।
- यदि किसी लेख में कोई टाइपसेटिंग त्रुटियाँ नहीं हैं, तो इसकी क्या संभावना है कि इसे दूसरे टाइपसेटर द्वारा टाइप किया गया था? (2+3+5)

(सी) एक सिक्का दो बार उछाला जाता है। मान लीजिए कि A पहली उछाल में आए सिरों की संख्या दर्शाता है और B दो उछालों पर आए सिरों की कुल संख्या दर्शाता है। यदि सिक्का असंतुलित है और हेड आने की संभावना 30% है,

- A और B का संयुक्त संभाव्यता वितरण ज्ञात कीजिए।
- उचित सांख्यिकीय उपायों का उपयोग करके जाँचें कि क्या ए और बी आश्रित हैं। (2*5=10)

Q7 (a) An engineer at a construction firm has a subcontract for the electrical work in the construction of a new office building. From past experience with this electrical subcontractor, the engineer knows that each light switch that is installed will be faulty with probability $p = 0.002$ independent of the other switches installed. The building will have $n = 1500$ light switches in it. Let X be the number of faulty light switches in the building. Find approximate probability $P(4 \leq X \leq 8)$. Which distribution do you use and why? (5)

(b) The yield strength (ksi) for a particular type of steel is normally distributed with $\mu = 43$ and $\sigma = 4.5$.

- What is the 25th percentile of the distribution of this steel strength?
- What strength value separates the strongest 10% from the others?
- What is the value of c such that the interval $(43 - c, 43 + c)$ includes 99% of all strength values?
- What is the probability that at most three of 15 independently selected steels have strength less than 43? (2+2+3+3)

(c) Let X and Y be independent standard normal random variables. Consider the following linear transformations of X and Y :

$$U = aX + b \text{ and } V = cY + d$$

$$a, b, c, d \in \mathbb{R}$$

- Find the correlation coefficient between U and V . Justify your answer using appropriate proof(s).
- Consider a random variable $W = 0.6X + 0.8Y$. Determine $\text{corr}(X, W)$ and $\text{corr}(Y, W)$. Compare both with $\text{corr}(X, Y)$. (5*2=10)

Q7 (ए) एक निर्माण फर्म के एक इंजीनियर के पास एक नए कार्यालय भवन के निर्माण में विद्युत कार्य के लिए एक उप ठेका है। इस विद्युत उप ठेकेदार के साथ पिछले अनुभव से, इंजीनियर जानता है कि स्थापित किया गया प्रत्येक लाइट स्विच अन्य स्थापित स्विचों से स्वतंत्र प्रायिकता $p = 0.002$ के साथ दोषपूर्ण होगा। इमारत में $n=1500$ लाइट स्विच होंगे। माना भवन में दोषपूर्ण लाइट स्विचों की संख्या X है। अनुमानित प्रायिकता $P(4 \leq X \leq 8)$ ज्ञात कीजिए। आप किस वितरण का उपयोग करेंगे और क्यों? (5)

(बी) एक विशेष प्रकार के स्टील के लिए उपज शक्ति (केएसआई) सामान्यतः $\mu = 43$ और $\sigma = 4.5$ के साथ वितरित की जाती है।

- इस इस्पात शक्ति के वितरण का 25वाँ प्रतिशतक क्या है?
- कौन सा शक्ति मान सबसे मजबूत 10% को दूसरों से अलग करता है?
- c का मान क्या है ताकि अंतराल $(43 - c, 43+c)$ में सभी शक्ति मानों का 99% शामिल हो?
- इसकी क्या प्रायिकता है कि स्वतंत्र रूप से चयनित 15 में से अधिकतम तीन स्टीलों की ताकत 43 से कम है? (2+2+3+3)

(सी) मान लीजिए कि एक्स और वाई स्वतंत्र मानक सामान्य यादृच्छिक चर हैं। X और Y के निम्नलिखित रैखिक परिवर्तनों पर विचार कीजिए:

$$U = aX + b \text{ and } V = cY + d \quad a, b, c, d \in \mathbb{R}$$

- U और V के बीच सहसंबंध गुणांक ज्ञात कीजिए। उचित प्रमाण का उपयोग करके अपने उत्तर की पुष्टि कीजिए।
- एक यादृच्छिक चर $W = 0.6X + 0.8Y$ पर विचार कीजिए। $\text{corr}(X, W)$ और $\text{corr}(Y, W)$ का ज्ञात कीजिये। दोनों की तुलना $\text{corr}(X, Y)$ से कीजिये। (5*2=10)

A-2 Appendix Tables

Table A.1 Cumulative Binomial Probabilities

a. $n = 5$

$$B(x; n, p) = \sum_{y=0}^x b(y; n, p)$$

		<i>p</i>														
		0.01	0.05	0.10	0.20	0.25	0.30	0.40	0.50	0.60	0.70	0.75	0.80	0.90	0.95	0.99
<i>x</i>	0	.951	.774	.590	.328	.237	.168	.078	.031	.010	.002	.001	.000	.000	.000	.000
	1	.999	.977	.919	.737	.633	.528	.337	.188	.087	.031	.016	.007	.000	.000	.000
	2	1.000	.999	.991	.942	.896	.837	.683	.500	.317	.163	.104	.058	.009	.001	.000
	3	1.000	1.000	1.000	.993	.984	.969	.913	.812	.663	.472	.367	.263	.081	.023	.001
	4	1.000	1.000	1.000	1.000	.999	.998	.990	.969	.922	.832	.763	.672	.410	.226	.049

b. $n = 10$

		<i>p</i>														
		0.01	0.05	0.10	0.20	0.25	0.30	0.40	0.50	0.60	0.70	0.75	0.80	0.90	0.95	0.99
<i>x</i>	0	.904	.599	.349	.107	.056	.028	.006	.001	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000
	1	.996	.914	.736	.376	.244	.149	.046	.011	.002	.000	.000	.000	.000	.000	.000
	2	1.000	.988	.930	.678	.526	.383	.167	.055	.012	.002	.000	.000	.000	.000	.000
	3	1.000	.999	.987	.879	.776	.650	.382	.172	.055	.011	.004	.001	.000	.000	.000
	4	1.000	1.000	.998	.967	.922	.850	.633	.377	.166	.047	.020	.006	.000	.000	.000
	5	1.000	1.000	1.000	.994	.980	.953	.834	.623	.367	.150	.078	.033	.002	.000	.000
	6	1.000	1.000	1.000	.999	.996	.989	.945	.828	.618	.350	.224	.121	.013	.001	.000
	7	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.998	.988	.945	.833	.617	.474	.322	.070	.012	.000
	8	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.998	.989	.954	.851	.756	.624	.264	.086	.004
	9	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.999	.994	.972	.944	.893	.651	.401	.096

c. $n = 15$

		<i>P</i>														
		0.01	0.05	0.10	0.20	0.25	0.30	0.40	0.50	0.60	0.70	0.75	0.80	0.90	0.95	0.99
x	0	.860	.463	.206	.035	.013	.005	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000
	1	.990	.829	.549	.167	.080	.035	.005	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000
	2	1.000	.964	.816	.398	.236	.127	.027	.004	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000
	3	1.000	.995	.944	.648	.461	.297	.091	.018	.002	.000	.000	.000	.000	.000	.000
	4	1.000	.999	.987	.836	.686	.515	.217	.059	.009	.001	.000	.000	.000	.000	.000
	5	1.000	1.000	.998	.939	.852	.722	.403	.151	.034	.004	.001	.000	.000	.000	.000
	6	1.000	1.000	1.000	.982	.943	.869	.610	.304	.095	.015	.004	.001	.000	.000	.000
	7	1.000	1.000	1.000	.996	.983	.950	.787	.500	.213	.050	.017	.004	.000	.000	.000
	8	1.000	1.000	1.000	.999	.996	.985	.905	.696	.390	.131	.057	.018	.000	.000	.000
	9	1.000	1.000	1.000	1.000	.999	.996	.966	.849	.597	.278	.148	.061	.002	.000	.000
	10	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.999	.991	.941	.783	.485	.314	.164	.013	.001	.000
	11	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.998	.982	.909	.703	.539	.352	.056	.005	.000
	12	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.996	.973	.873	.764	.602	.184	.036	.000
	13	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.995	.965	.920	.833	.451	.171	.010
	14	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.995	.987	.965	.794	.537	.140

(continued)

Table A.1 Cumulative Binomial Probabilities (cont.)

$$B(x; n, p) = \sum_{y=0}^x b(y; n, p)$$

d. $n = 20$

x	p														
	0.01	0.05	0.10	0.20	0.25	0.30	0.40	0.50	0.60	0.70	0.75	0.80	0.90	0.95	0.99
0	.818	.358	.122	.012	.003	.001	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000
1	.983	.736	.392	.069	.024	.008	.001	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000
2	.999	.925	.677	.206	.091	.035	.004	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000
3	1.000	.984	.867	.411	.225	.107	.016	.001	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000
4	1.000	.997	.957	.630	.415	.238	.051	.006	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000
5	1.000	1.000	.989	.804	.617	.416	.126	.021	.002	.000	.000	.000	.000	.000	.000
6	1.000	1.000	.998	.913	.786	.608	.250	.058	.006	.000	.000	.000	.000	.000	.000
7	1.000	1.000	1.000	.968	.898	.772	.416	.132	.021	.001	.000	.000	.000	.000	.000
8	1.000	1.000	1.000	.990	.959	.887	.596	.252	.057	.005	.001	.000	.000	.000	.000
9	1.000	1.000	1.000	.997	.986	.952	.755	.412	.128	.017	.004	.001	.000	.000	.000
10	1.000	1.000	1.000	.999	.996	.983	.872	.588	.245	.048	.014	.003	.000	.000	.000
11	1.000	1.000	1.000	1.000	.999	.995	.943	.748	.404	.113	.041	.010	.000	.000	.000
12	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.999	.979	.868	.584	.228	.102	.032	.000	.000	.000
13	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.994	.942	.750	.392	.214	.087	.002	.000	.000
14	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.998	.979	.874	.584	.383	.196	.011	.000	.000
15	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.994	.949	.762	.585	.370	.043	.003	.000
16	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.999	.984	.893	.775	.589	.133	.016	.000
17	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.996	.965	.909	.794	.323	.075	.001
18	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.999	.992	.976	.931	.608	.264	.017
19	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.999	.997	.988	.878	.642	.182

(continued)

A-4 Appendix Tables

Table A.1 Cumulative Binomial Probabilities (cont.)

c. $n = 25$

$$B(x; n, p) = \sum_{y=0}^x b(y; n, p)$$

		p														
		0.01	0.05	0.10	0.20	0.25	0.30	0.40	0.50	0.60	0.70	0.75	0.80	0.90	0.95	0.99
x	0	.778	.277	.072	.004	.001	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000
	1	.974	.642	.271	.027	.007	.002	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000
	2	.998	.873	.537	.098	.032	.009	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000
	3	1.000	.966	.764	.234	.096	.033	.002	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000
	4	1.000	.993	.902	.421	.214	.090	.009	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000
	5	1.000	.999	.967	.617	.378	.193	.029	.002	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000
	6	1.000	1.000	.991	.780	.561	.341	.074	.007	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000
	7	1.000	1.000	.998	.891	.727	.512	.154	.022	.001	.000	.000	.000	.000	.000	.000
	8	1.000	1.000	1.000	.953	.851	.677	.274	.054	.004	.000	.000	.000	.000	.000	.000
	9	1.000	1.000	1.000	.983	.929	.811	.425	.115	.013	.000	.000	.000	.000	.000	.000
	10	1.000	1.000	1.000	.994	.970	.902	.586	.212	.034	.002	.000	.000	.000	.000	.000
	11	1.000	1.000	1.000	.998	.980	.956	.732	.345	.078	.006	.001	.000	.000	.000	.000
	12	1.000	1.000	1.000	1.000	.997	.983	.846	.500	.154	.017	.003	.000	.000	.000	.000
	13	1.000	1.000	1.000	1.000	.999	.994	.922	.655	.268	.044	.020	.002	.000	.000	.000
	14	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.998	.966	.788	.414	.098	.030	.006	.000	.000	.000
	15	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.987	.885	.575	.189	.071	.017	.000	.000	.000
	16	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.996	.946	.726	.323	.149	.047	.000	.000	.000
	17	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.999	.978	.846	.488	.273	.109	.002	.000	.000
	18	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.993	.926	.659	.439	.220	.009	.000	.000
	19	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.998	.971	.807	.622	.383	.033	.001	.000
	20	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.991	.910	.786	.579	.098	.007	.000
	21	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.998	.967	.904	.766	.236	.034	.000
	22	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.991	.968	.902	.463	.127	.002
	23	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.998	.993	.973	.729	.358	.026
	24	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.999	.996	.928	.723	.222

Table A.2 Cumulative Poisson Probabilities

$$F(x; \mu) = \sum_{y=0}^x \frac{e^{-\mu} \mu^y}{y!}$$

	μ									
	.1	.2	.3	.4	.5	.6	.7	.8	.9	1.0
0	.905	.819	.741	.670	.607	.549	.497	.449	.407	.368
1	.995	.982	.963	.938	.910	.878	.844	.809	.772	.736
2	1.000	.999	.996	.992	.986	.977	.966	.953	.937	.920
3		1.000	1.000	.999	.998	.997	.994	.991	.987	.981
4				1.000	1.000	1.000	.999	.999	.998	.996
5							1.000	1.000	1.000	.999
6										1.000

(continued)

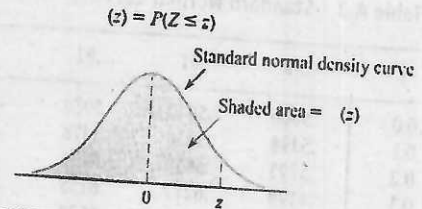
Table A.2 Cumulative Poisson Probabilities (cont.)

$$F(x; \mu) = \sum_{y=0}^x \frac{e^{-\mu} \mu^y}{y!}$$

	μ										
	2.0	3.0	4.0	5.0	6.0	7.0	8.0	9.0	10.0	15.0	20.0
0	.135	.050	.018	.007	.002	.001	.000	.000	.000	.000	.000
1	.406	.199	.092	.040	.017	.007	.003	.001	.000	.000	.000
2	.677	.423	.238	.125	.062	.030	.014	.006	.003	.000	.000
3	.857	.647	.433	.265	.151	.082	.042	.021	.010	.000	.000
4	.947	.815	.629	.440	.285	.173	.100	.055	.029	.001	.000
5	.983	.916	.785	.616	.446	.301	.191	.116	.067	.003	.000
6	.995	.966	.889	.762	.606	.450	.313	.207	.130	.008	.000
7	.999	.988	.949	.867	.744	.599	.453	.324	.220	.018	.001
8	1.000	.996	.979	.932	.847	.729	.593	.456	.333	.037	.002
9		.999	.992	.968	.916	.830	.717	.587	.458	.070	.005
10		1.000	.997	.986	.957	.901	.816	.706	.583	.118	.011
11			.999	.995	.980	.947	.888	.803	.697	.185	.021
12			1.000	.998	.991	.973	.936	.876	.792	.268	.039
13				.999	.996	.987	.966	.926	.864	.363	.066
14				1.000	.999	.994	.983	.959	.917	.466	.105
15					.999	.998	.992	.978	.951	.568	.157
16					1.000	.999	.996	.989	.973	.664	.221
17						1.000	.998	.995	.986	.749	.297
18							.999	.998	.993	.819	.381
19							1.000	.999	.997	.875	.470
20								1.000	.998	.917	.559
21									.999	.947	.644
22									1.000	.967	.721
23										.981	.787
24										.989	.843
25										.994	.888
26										.997	.922
27										.998	.948
28										.999	.966
29										1.000	.978
30											.987
31											.992
32											.995
33											.997
34											.999
35											.999
36											1.000

A-6 Appendix Tables

Table A.3 Standard Normal Curve Areas



z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
-3.4	.0003	.0003	.0003	.0003	.0003	.0003	.0003	.0003	.0003	.0002
-3.3	.0005	.0005	.0005	.0004	.0004	.0004	.0004	.0004	.0004	.0003
-3.2	.0007	.0007	.0006	.0006	.0006	.0006	.0006	.0005	.0005	.0005
-3.1	.0010	.0009	.0009	.0009	.0008	.0008	.0008	.0008	.0007	.0007
-3.0	.0013	.0013	.0013	.0012	.0012	.0011	.0011	.0011	.0010	.0010
-2.9	.0019	.0018	.0017	.0017	.0016	.0016	.0015	.0015	.0014	.0014
-2.8	.0026	.0025	.0024	.0023	.0023	.0022	.0021	.0021	.0020	.0019
-2.7	.0035	.0034	.0033	.0032	.0031	.0030	.0029	.0028	.0027	.0026
-2.6	.0047	.0045	.0044	.0043	.0041	.0040	.0039	.0038	.0037	.0036
-2.5	.0062	.0060	.0059	.0057	.0055	.0054	.0052	.0051	.0049	.0048
-2.4	.0082	.0080	.0078	.0075	.0073	.0071	.0069	.0068	.0066	.0064
-2.3	.0107	.0104	.0102	.0099	.0096	.0094	.0091	.0089	.0087	.0084
-2.2	.0139	.0136	.0132	.0129	.0125	.0122	.0119	.0116	.0113	.0110
-2.1	.0179	.0174	.0170	.0166	.0162	.0158	.0154	.0150	.0146	.0143
-2.0	.0228	.0222	.0217	.0212	.0207	.0202	.0197	.0192	.0188	.0183
-1.9	.0287	.0281	.0274	.0268	.0262	.0256	.0250	.0244	.0239	.0233
-1.8	.0359	.0352	.0344	.0336	.0329	.0322	.0314	.0307	.0301	.0294
-1.7	.0446	.0436	.0427	.0418	.0409	.0401	.0392	.0384	.0375	.0367
-1.6	.0548	.0537	.0526	.0516	.0505	.0495	.0485	.0475	.0465	.0455
-1.5	.0668	.0655	.0643	.0630	.0618	.0606	.0594	.0582	.0571	.0559
-1.4	.0808	.0793	.0778	.0764	.0749	.0735	.0722	.0708	.0694	.0681
-1.3	.0968	.0951	.0934	.0918	.0901	.0885	.0869	.0853	.0838	.0823
-1.2	.1151	.1131	.1112	.1093	.1075	.1056	.1038	.1020	.1003	.0985
-1.1	.1357	.1335	.1314	.1292	.1271	.1251	.1230	.1210	.1190	.1170
-1.0	.1587	.1562	.1539	.1515	.1492	.1469	.1446	.1423	.1401	.1379
-0.9	.1841	.1814	.1788	.1762	.1736	.1711	.1685	.1660	.1635	.1611
-0.8	.2119	.2090	.2061	.2033	.2005	.1977	.1949	.1922	.1894	.1867
-0.7	.2420	.2389	.2358	.2327	.2296	.2266	.2236	.2206	.2177	.2148
-0.6	.2743	.2709	.2676	.2643	.2611	.2578	.2546	.2514	.2483	.2451
-0.5	.3085	.3050	.3015	.2981	.2946	.2912	.2877	.2843	.2810	.2776
-0.4	.3446	.3409	.3372	.3336	.3300	.3264	.3228	.3192	.3156	.3121
-0.3	.3821	.3783	.3745	.3707	.3669	.3632	.3594	.3557	.3520	.3482
-0.2	.4207	.4168	.4129	.4090	.4052	.4013	.3974	.3936	.3897	.3859
-0.1	.4602	.4562	.4522	.4483	.4443	.4404	.4364	.4325	.4286	.4247
-0.0	.5000	.4960	.4920	.4880	.4840	.4801	.4761	.4721	.4681	.4641

(continued)

$$\Phi(z) = P(Z \leq z)$$

Table A.3 Standard Normal Curve Areas (cont.)

z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	.5000	.5040	.5080	.5120	.5160	.5199	.5239	.5279	.5319	.5359
0.1	.5398	.5438	.5478	.5517	.5557	.5596	.5636	.5675	.5714	.5753
0.2	.5793	.5832	.5871	.5910	.5948	.5987	.6026	.6064	.6103	.6141
0.3	.6179	.6217	.6255	.6293	.6331	.6368	.6406	.6443	.6480	.6517
0.4	.6554	.6591	.6628	.6664	.6700	.6736	.6772	.6808	.6844	.6879
0.5	.6915	.6950	.6985	.7019	.7054	.7088	.7123	.7157	.7190	.7224
0.6	.7257	.7291	.7324	.7357	.7389	.7422	.7454	.7486	.7517	.7549
0.7	.7580	.7611	.7642	.7673	.7704	.7734	.7764	.7794	.7823	.7852
0.8	.7881	.7910	.7939	.7967	.7995	.8023	.8051	.8078	.8106	.8133
0.9	.8159	.8186	.8212	.8238	.8264	.8289	.8315	.8340	.8365	.8389
1.0	.8413	.8438	.8461	.8485	.8508	.8531	.8554	.8577	.8599	.8621
1.1	.8643	.8665	.8686	.8708	.8729	.8749	.8770	.8790	.8810	.8830
1.2	.8849	.8869	.8888	.8907	.8925	.8944	.8962	.8980	.8997	.9015
1.3	.9032	.9049	.9066	.9082	.9099	.9115	.9131	.9147	.9162	.9177
1.4	.9192	.9207	.9222	.9236	.9251	.9265	.9278	.9292	.9306	.9319
1.5	.9332	.9345	.9357	.9370	.9382	.9394	.9406	.9418	.9429	.9441
1.6	.9452	.9463	.9474	.9484	.9495	.9505	.9515	.9525	.9535	.9545
1.7	.9554	.9564	.9573	.9582	.9591	.9599	.9608	.9616	.9625	.9633
1.8	.9641	.9649	.9656	.9664	.9671	.9678	.9686	.9693	.9699	.9706
1.9	.9713	.9719	.9726	.9732	.9738	.9744	.9750	.9756	.9761	.9767
2.0	.9772	.9778	.9783	.9788	.9793	.9798	.9803	.9808	.9812	.9817
2.1	.9821	.9826	.9830	.9834	.9838	.9842	.9846	.9850	.9854	.9857
2.2	.9861	.9864	.9868	.9871	.9875	.9878	.9881	.9884	.9887	.9890
2.3	.9893	.9896	.9898	.9901	.9904	.9906	.9909	.9911	.9913	.9916
2.4	.9918	.9920	.9922	.9925	.9927	.9929	.9931	.9932	.9934	.9936
2.5	.9938	.9940	.9941	.9943	.9945	.9946	.9948	.9949	.9951	.9952
2.6	.9953	.9955	.9956	.9957	.9959	.9960	.9961	.9962	.9963	.9964
2.7	.9965	.9966	.9967	.9968	.9969	.9970	.9971	.9972	.9973	.9974
2.8	.9974	.9975	.9976	.9977	.9977	.9978	.9979	.9979	.9980	.9981
2.9	.9981	.9982	.9982	.9983	.9984	.9984	.9985	.9985	.9986	.9986
3.0	.9987	.9987	.9987	.9988	.9988	.9989	.9989	.9989	.9990	.9990
3.1	.9990	.9991	.9991	.9991	.9992	.9992	.9992	.9992	.9993	.9993
3.2	.9993	.9993	.9994	.9994	.9994	.9994	.9994	.9995	.9995	.9995
3.3	.9995	.9995	.9995	.9996	.9996	.9996	.9996	.9996	.9996	.9997
3.4	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9998