Unique Paper Code	: 12277508
Name of Paper	: GAME THEORY
Scheme/Mode of Exams	: CBCS (LOCF)
Name of Course	: B.A (Hons) ECONOMICS
Semester	: 5
Duration	: 3 Hours
Maximum Marks	: 75

## **Instruction for Candidates:**

## Attempt any four questions. All questions carry equal marks.

1. A) Two friends (Sameer and Ranbeer) need to divide stock of 100 muffins. Sameer being the wiser one makes an offer to divide muffins between himself and Ranbeer in the first stage. After knowing the choice of Sameer, Ranbeer can either accept Sameer's offer or reject. The strategy profile of Sameer is given by  $S = \{0, ..., 100\}$ , with choice *s* meaning that Sameer proposes to keep *s* of the muffins. (Muffins can be divided only in whole numbers). In response, Ranbeer can take two actions: A (accept) or R (reject). If Ranbeer accepts, the payoff vector is (s, 100-s). If Ranbeer rejects, the payoff vector is (0, 0).

b) Identify the subgame perfect equilibria of the extensive form game. (4)

B) Let us consider a duopoly where the two firms compete in quantities. Market demand is given by the expression  $p = 5 - q_1 - q_2$  and firms have incomplete information about the marginal cost. Firm 2 privately knows whether its MC are low (MC<sub>2</sub> = 0 with probability 0.5) or high (MC<sub>2</sub> = 3/4 with probability 0.5). Firm 1 does not know the Marginal Cost of Firm 2, but his MC<sub>1</sub> = 0 and this information is common knowledge.

Find Bayesian Nash Equilibria in the given situation.(7.75)

 (अ) दो दोस्त (समीर और रनबीर) को 100 मफिन का स्टॉक बांटना है। समीर पहले चरण में अपने और रनबीर के बीच मफिन बांटने का प्रस्ताव रखता है। समीर की पसंद जानने के बाद, रनबीर उसके प्रस्ताव को स्वीकर या अस्वीकर कर सकता है। समीर की रणनीति प्रोफ़ाइल S = {0,....,100} द्वारा दी गई है, जिसमें चॉइस s का अर्थ है कि समीर s मफिन के रखने का प्रस्ताव करता है। (मफिन्स को केवल पूर्ण संख्याओं में विभाजित किया जा सकता है)। जवाब में, रनबीर दो क्रियाएं कर सकता है: A (स्वीकार करें) या R (अस्वीकार)। यदि रनबीर स्वीकार करता है, तो अदायगी वेक्टर (s, 100 - s) है। यदि रनबीर अस्वीकार करता है, तो अदायगी वेक्टर (0,0) है।

(क) वृक्ष आरेख के साथ खेल के व्यापक स्वरूप का वर्णन कीजिए।
 (ख) व्यापक फॉर्म गेम के सबगेम परफेक्ट संतुलन का पता लगाएं।
 (4)

(ब) आइए हम एक द्वयधिकार पर विचार करें जहां दो फर्म मात्रा में प्रतिस्पर्धा करती हैं। बाजार की मांग अभिव्यक्ति  $p = 5 - q_1 - q_2$  द्वारा दी गई है और फर्मों के पास सीमांत लागत के बारे में अधूरी जानकारी है। फर्म 2 निजी तौर पर जानती है कि उसका MC कम है (MC<sub>2</sub> = 0 प्रायिकता 0.5 के साथ) या उच्च (MC<sub>2</sub> = 3/4 प्रायिकता 0.5 के साथ)। फर्म 1 को फर्म 2 की सीमांत लागत का पता नहीं है, लेकिन उसका MC<sub>1</sub> = 0 है और यह जानकारी सामान्य ज्ञान है।

2. Consider a two-player game. Suppose that  $T_1 = \{c,d\}$  and  $T_2 = \{c',d'\}$ 



Suppose that signals for both the players are as follows:

 $\tau_1(\mathfrak{E}) = \mathfrak{E} \qquad \qquad \tau_1(\mathfrak{L}) = \tau_1(\mathfrak{X}) = \mathfrak{L}$ 

 $\tau_2(\mathfrak{E}) = \tau_2(\mathfrak{L}) = \mathfrak{E}' \qquad \tau_2(\mathfrak{F}) = \mathfrak{L}'$ 

- a) Interpret the game based on signals in Bayesian Form Game. (9)
- b) Illustrate how 'Infection' can affect equilibrium in all states. (9.75)

2. दो-खिलाड़ियों के खेल पर विचार करें। मान लो कि  $T_1 = \{c,d\}$  तथा  $T_2 = \{c',d'\}$ 



मान लीजिए कि दोनों खिलाड़ियों के लिए संकेत इस प्रकार हैं:

$$T_1(\mathbf{f}) = \mathbf{f}$$
  $T_1(\mathbf{f}) = T_1(\mathbf{f}) = \mathbf{f}$ 

$$\tau_2(\mathbf{f}) = \tau_2(\mathbf{f}) = \mathbf{f}'$$
  $\tau_2(\mathbf{f}) = \mathbf{f}'$ 

(क)	बायेसियन फॉर्म गेम में संकेतों के आधार पर खेल की व्याख्या करें।	(9)
(ख)	उदाहरण दें कि कैसे 'संक्रमण' सभी राज्यों में संतुलन को प्रभावित कर सकता है।	(9.75)

- 3. A) The Star Company and the Zee Company are the only firms in a particular market. They can build their plants on East Coast or West Coast. If both choose East Coast then Star loses 50 million dollar and Zee loses 60 million dollar. If Star chooses West Coast and Zee chooses East Coast then Star earns 40 million dollar and Zee earns 70 million dollars. If Star chooses East Coast and Zee chooses West Coast then Star earns 60 million dollar while Zee earns 30 million dollar. If both go for West Coast then Star loses 30 million dollar while Zee loses 40 million dollars.
  - a) Draw the payoff matrix and find all Nash equilibria. (4)
  - b) Is this a prisoners' dilemma game? Give reason for your answer. (2)

B) Assume that your favourite concert tickets are being auctioned. There are 20 other participants in the auction. You have made up your mind that the concert is worth ₹4000 to you. You would rather go for the concert and pay some amount less than ₹4000 than to miss the concert (and pay nothing), but you would rather miss the concert (and pay nothing) than go for the concert if it costs more than ₹4000. You are indifferent between missing the concert and paying nothing and going to the concert if it costs more than ₹4000. To be very specific, your payoff is 0 if you do not win the auction (and pay nothing) and it is 4000 - P if you win the auction and pay P. You have no knowledge about other's valuation.

a) Suppose this is a first-price auction. Why does the strategy of bidding ₹3950 weakly dominate the strategy of bidding ₹4000 for you? Can you compare (using dominance) bidding ₹3950 or bidding ₹3960? Can you compare (using dominance) bidding ₹4000 and bidding an amount more than ₹4000? (6.75)

b) Suppose this is a second-price auction. Why does the strategy of bidding ₹4000 weakly dominate every other strategy for you?

- 3. (अ) स्टार कंपनी और ज़ी कंपनी किसी विशेष बाजार में एकमात्र फर्म हैं। वे अपने संयंत्र पूर्वी तट या पश्चिमी तट पर बना सकते हैं। अगर दोनों ईस्ट कोस्ट चुनते हैं तो स्टार को 50 मिलियन डॉलर और ज़ी को 60 मिलियन डॉलर का नुकसान होता है। अगर स्टार वेस्ट कोस्ट को चुनता है और ज़ी ईस्ट कोस्ट को चुनता है तो स्टार 40 मिलियन डॉलर कमाता है और ज़ी 70 मिलियन डॉलर कमाता है। अगर स्टार ईस्ट कोस्ट को चुनता है तो स्टार 40 मिलियन डॉलर का चुने तो स्टार 60 मिलियन डॉलर कमाता है। अगर स्टार ईस्ट कोस्ट को स्ट को चुनता है तो स्टार को चुने और ज़ी वेस्ट कोस्ट को चुने तो स्टार 60 मिलियन डॉलर कमाता है। अगर स्टार ईस्ट कोस्ट को चुने हो चुने और ज़ी वेस्ट कोस्ट को चुने तो स्टार 60 मिलियन डॉलर कमाता है जबकि ज़ी 30 मिलियन डॉलर कमाता है। अगर दोनों वेस्ट कोस्ट के लिए जाते हैं तो स्टार को 30 मिलियन डॉलर का नुकसान होता है जबकि ज़ी को 40 मिलियन डॉलर का नुकसान होता है।
  - (क) अदायगी मैट्रिक्स बनाइएऔर सभी नैश संतुलन खोजें। (4)
  - (ख) क्या यह बंदी की दुविधा का खेल है? अपने उत्तर का कारण दीजिए। (2)

(ब) मान लें कि आपके पसंदीदा कॉन्सर्ट टिकटों की नीलामी की जा रही है। नीलामी में 20 अन्य प्रतिभागी हैं। आपने अपना मन बना लिया है कि संगीत कार्यक्रम 4000 रुपये का है। आप कॉन्सर्ट के लिए कुछ भी राशि न देकर वहां न जाने की बजाय 4000 रुपए से कम राशि देकर कॉन्सर्ट जाना अधिक पसंद करेंगे। परंतु आप 4000 रुपए से अधिक राशि देकर कॉन्सर्ट में जाने की बजाय कुछ भी भुगतान न करके कॉन्सर्ट छोड़ देना पसंद करेंगे। आप 4000 रुपए खर्च करके कॉन्सर्ट पर जाने और कुछ भी भुगतान ना करके कॉन्सर्ट छोड़ देने के बीच बेपरवाह हैं। बहुत विशिष्ट होने के लिए, आपका भुगतान 0 है यदि आप नीलामी नहीं जीतते हैं (और कुछ भी भुगतान नहीं करते हैं) और यह 4000 - P है यदि आप नीलामी जीतते हैं और P का भुगतान करते हैं। आपको दूसरों के मूल्यांकन के बारे में कोई जानकारी नहीं है।

(क) मान लीजिए कि यह पहली कीमत नीलामी है। 3950 रुपए की बोली लगाने की रणनीति आपके लिए 4000 रुपए की बोली लगाने की रणनीति पर कमजोर रूप से हावी क्यों है? क्या आप (प्रभुत्व का उपयोग करके) 3950 रुपए की बोली लगाने और 3960 रुपए की बोली लगाने की तुलना कर सकते हैं? क्या आप (प्रभुत्व का उपयोग करके) 4000 रुपए की बोली लगाने और 4000 रुपए से अधिक राशि की बोली लगाने की तुलना कर सकते हैं?

(ख) मान लीजिए कि यह दूसरी कीमत नीलामी है। 4000 रुपए की बोली लगाने की रणनीति आपके
 (6)

4. A) Harry and Ron are visiting France for the first time and their owner offers both of them an 8- slice pizza for free on certain conditions. Both of them simultaneously decide how many slices they would like to take, i.e each player I  $\in \{1,2\}$  names his desired number of slices of pizza,  $0 \le b_i \le 8$ . If  $b_1 + b_2 \le 8$  then the players get their demands (and the owner eats any leftover slices). If  $b_1 + b_2 > 8$  and  $b_1$  and  $b_2$  are different, then the person who named smaller amount receives that amount and the other receives the remaining amount. If  $b_1 + b_2 > 8$  and  $b_1$  and  $b_2$  are same, then each person receives 4 slices of pizza.

b) What outcomes can be supported as pure-strategy Nash Equilibria? (4)

B) Suppose that Intel and PowerHouse Systems Inc, are the only two firms that can produce a particular type of microprocessor. If both Intel and PowerHouse enter the market, then Intel makes a profit of 10 million dollars whereas Power House makes a loss of 40 million dollars. If Intel enters while PowerHouse stays out, then the former gains 250 million dollars and the latter gets zero. On the other hand, if PowerHouse enters and Intel stays out, then the former gains 200 million dollars and the latter gets zero. If both stay out, none makes any profit or loss.

a) Represent this as an extensive form game assuming that Intel has a head start over PowerHouse and can make a first move.
 (3)

(5)

- b) Find all Nash Equilibria and SPNE.
- 4. (3) हैरी और रॉन पहली बार फ्रांस जा रहे हैं और उनका मालिक कुछ शर्तों पर उन दोनों को 8-स्लाइस पिज्जा मुफ्त में देता है। वे दोनों एक साथ तय करते हैं कि वे कितने स्लाइस लेना चाहते हैं, यानी प्रत्येक खिलाड़ी I  $\in$  {1,2}पिज्जा के अपने वांछित स्लाइस की संख्या का नाम देता है,  $0 \le b_i \le 8$ . यदि  $b_1 + b_2 \le 8$ , तो खिलाड़ियों को उनकी मांग मिलती है (और मालिक बाकी बचे हुए स्लाइस को खाता है)। यदि  $b_1 + b_2 > 8$  और  $b_1$  और  $b_2$  भिन्न हैं, तो छोटी संख्या बोलने वाले व्यक्ति को उतनी स्लाइस प्राप्त होती है और शेष स्लाइस दूसरे को प्राप्त होती है। यदि  $b_1 + b_2 > 8$  और  $b_1$  और  $b_2$  समान हैं, तो प्रत्येक व्यक्ति को पिज्जा के 4 स्लाइस मिलते हैं।

(ख) शुद्ध रणनीति नैश संतुलन के रूप में किन परिणामों का समर्थन किया जा सकता है? (4)

(ब) मान लीजिए कि इंटेल और पावरहाउस सिस्टम्स इंक, केवल दो फर्म हैं जो एक विशेष प्रकार के माइक्रोप्रोसेसर का उत्पादन कर सकते हैं। यदि इंटेल और पावरहाउस दोनों बाजार में प्रवेश करते हैं, तो इंटेल को 10 मिलियन डॉलर का लाभ होता है जबकि पावर हाउस को 40 मिलियन डॉलर का नुकसान होता है। यदि इंटेल प्रवेश करता है जबकि पावरहाउस बाहर रहता है, तो पहले वाले को 250 मिलियन डॉलर का लाभ होता है और बाद वाले को शून्य हो जाता है। दूसरी ओर, यदि पावरहाउस में प्रवेश होता है और इंटेल बाहर रहता है, तो पहले वाले को 200 मिलियन डॉलर का लाभ होता है और बाद वाले को शून्य हो जाता है। यदि दोनों बाहर रहते हैं, तो किसी को कोई लाभ या हानि नहीं होती है।

(क) इसे एक व्यापक फॉर्म गेम के रूप में प्रस्तुत करें, यह मानते हुए कि इंटेल ने पावरहाउस पर एक प्रमुख शुरुआत की है और पहली चाल चल सकती है।

(ख) सभी नैश संतुलन और एसपीएनई खोजें। (4)

5. There is a perennial rivalry between two kingdoms, ruled by Pandavas and Kauravas respectively. Pandavas are either strong or weak with equal probability. Pandavas can choose to keep weapons (W) or not keep weapons (N). Pandavas know whether they are strong or weak but Kauravas don't. However, Kauravas can observe whether Pandavas have kept weapons or not. After observing Pandavas' decision, Kauravas decides whether to attack (A) their kingdom or refrain from attacking (R) them. The payoff details are as follows:

	Attack	Refrain	5	Attack	Refrain
Weapons	0,0	2,1	Weapons	1,2	1,0
No Weapons	4,0	1,3	No Weapons	0,1	2,4

**Strong Pandavas** 

Weak Pandavas

Compute the perfect Bayesian equilibria in this situation. (18.75)

5. पांडवों और कौरवों द्वारा शासित दो राज्यों के बीच निरंतर चलने वाली प्रतिद्वंद्विता है। पांडव समान संभावना से या तो मजबूत हैं या कमजोर हैं। पांडव हथियार (W) रखना या हथियार नहीं रखना (N) चुन सकते हैं। पांडव जानते हैं कि वे मजबूत हैं या कमजोर लेकिन कौरव नहीं जानते। हालांकि, कौरव देख सकते हैं कि पांडवों ने हथियार रखे हैं या नहीं। पांडवों के फैसले को देखने के बाद, कौरव तय करते हैं कि उनके राज्य पर आक्रमण करना है (A) या उन पर आक्रमण करने से बचना है (R)। अदायगी विवरण इस प्रकार है:

	आक्रमण	आक्रमण करने से बचना		आक्रमण	आक्रमण करने से बचना
हथियार रखना	0,0	2,1	हथियार रखना	1,2	1,0
हथियार नहीं रखना	4,0	1,3	हथियार नहीं रखना	0,1	2,4

मजबूत पांडव

कमजोर पांडव

इस स्थिति में सही बायेसियन संतुलन की गणना करें।

(18.75)

6. A) Using backward induction, find all subgame perfect equilibria of the following game:



B) Firm Meta has to choose between I and II, while Firm Alexa chooses between 1 and 2. If Alexa chooses 1 and Meta chooses I then payoffs are (50, 80) respectively. If Alexa chooses 2 and Meta chooses I then the payoffs are (70, 40) respectively. If Alexa chooses 1 and Meta chooses II then payoffs are (90, 60) respectively. If Alexa chooses 2 and Meta chooses II then payoffs are (90, 60) respectively. If Alexa chooses 2 and Meta chooses II then payoffs are (80, 30) respectively.

- a) Does Firm Meta have a dominant strategy? If so, what is it? (2)
- b) Does Firm Alexa have a dominant strategy? If so, what is it? (2)
- c) What is the solution to this game? Is it a Nash equilibrium? (3)

- d) Does this particular game reflect the characteristics of a prisoners' dilemma? Give reason.
  (2)
- (अ) बैकवर्ड इंडक्शन का उपयोग करते हुए, निम्नलिखित गेम के सभी सबगेम परफेक्ट संतुलन खोजें: (9.75)



(ब) फर्म मेटा को I और II के बीच चयन करना है, जबकि फर्म एलेक्सा 1 और 2 के बीच चयन करती है। यदि एलेक्सा 1 चुनती है और मेटा I चुनती है तो भुगतान क्रमशः (50, 80) हैं। यदि एलेक्सा 2 चुनता है और मेटा I चुनता है तो भुगतान क्रमशः (70, 40) हैं। यदि एलेक्सा 1 चुनती है और मेटा II चुनती है तो अदायगी क्रमशः (90, 60) होती है। यदि एलेक्सा 2 चुनती है और मेटा II चुनती है तो अदायगी क्रमशः (80, 30) होती है।

- (क) क्या फर्म मेटा की कोई प्रमुख रणनीति है? अगर हां तो वह क्या है? (2)
- (ख) क्या फर्म एलेक्सा की कोई प्रमुख रणनीति है? अगर हां तो वह क्या है? (2)
- (ग) इस खेल का समाधान क्या है? क्या यह नैश संतुलन है? (3)
- (घ) क्या यह खेल कैदियों की दुविधा की विशेषताओं को दर्शाता है? (2)