

14/12/19 PM
This question paper contains 16+8 printed pages+11 Tables]

Roll No.

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

S. No. of Question Paper : 2486

Unique Paper Code : 12271303

JC

Name of the Paper : Statistical Methods for Economics

Name of the Course : B.A. (H) Eco CBCS Core

Semester : III

Duration : 3 Hours

Maximum Marks : 75

(Write your Roll No. on the top immediately on receipt of this question paper.)

Note — Answers may be written either in English or in Hindi;
but the same medium should be used throughout the
paper.

टिप्पणी :—इस प्रश्न-पत्र का उत्तर अंग्रेजी या हिन्दी किसी एक भाषा
में दीजिए; लेकिन सभी उत्तरों का माध्यम एक ही होना
चाहिए।

Attempt All sections.

Candidates are allowed to use simple calculators.

सभी खण्डों के उत्तर दीजिए।

परीक्षार्थियों को साधारण कैलकुलेटर का उपयोग
करने की अनुमति है।

P.T.O.

Section A

(खण्ड 'अ')

Question No. 1 is compulsory. Attempt any one from Question Nos. 2 and 3.

प्रश्न 1 अनिवार्य है। प्रश्न 2 व 3 में से किसी एक का उत्तर दीजिए।

1. A box contains four red balls, five white balls and six blue balls. Suppose that three balls are drawn randomly :

- (i) What is the probability all three of the selected balls are of same colour.
- (ii) If drawing a blue ball is considered a success, what is the probability that at least eight balls will be drawn to obtain a success ?

2+3

एक डिब्बे में चार लाल गेंदें हैं, पाँच सफेद गेंदें हैं तथा छः नीली गेंदें हैं। मान लीजिए कि तीन गेंदें यादृच्छिक रूप से (Randomly) निकाली जाती हैं :

- (i) इस बात की प्रायिकता क्या है कि चुनी गई सभी तीन गेंदें एक ही रंग की हैं।

- (ii) यदि नीली गेंद का निकाला जाना एक सफलता मानी जाती है, तो इस बात की प्रायिकता क्या है कि सफलता प्राप्त करने हेतु कम से कम आठ गेंदें निकाली जाएँगी ?

2. (a) A certain federal agency employs three consulting firms (A, B and C) with probabilities 0.40, 0.35 and 0.25 respectively. From past experience it is known that the probabilities of cost overruns for the firms are 0.05, 0.03 and 0.15 respectively. Suppose a cost-overrun is experienced by the agency.

- (i) What is the probability that the consulting firm involved is company C ?

- (ii) What is the probability that it is company A ?

- (b) (i) Differentiate between simple random sampling and stratified sampling.

- (ii) How is sample variance different from population variance ? Explain using the concept of degrees of freedom.

2+3

(a) एक संघीय एजेन्सी तीन परामर्शदात्री फर्मों (A, B व C) को नियुक्त करती है जिसकी प्रायिकताएँ क्रमशः 0.40, 0.35 व 0.25 हैं। पिछले अनुभव से यह ज्ञात है कि इन फर्मों हेतु लागत अनुमान से अधिक हो जाने (Cost overrun) की प्रायिकताएँ क्रमशः 0.05, 0.03 व 0.15 हैं। मान लीजिए कि एजेन्सी की लागत अनुमान से अधिक हो जाती है।

(i) इस बात की प्रायिकता क्या है कि सम्बन्धित परामर्शदात्री फर्म C है ?

(ii) इस बात की प्रायिकता क्या है कि सम्बन्धित फर्म A है ?

(b) (i) सरल यादृच्छिक प्रतिदर्शन (Simple random sampling) व स्तरीकृत प्रतिदर्शन (Stratified sampling) के मध्य अन्तर स्पष्ट कीजिए।

(ii) प्रतिदर्श प्रसरण (Sample variance) समष्टि प्रसरण (Population variance) से किस प्रकार भिन्न है ? स्वातन्त्र्य कोटियों (Degrees of freedom) की संकल्पना की सहायता से समझाइए।

3. (a) (i) How many ways are there to split a dozen people into 3 teams, where one team has 2 people, and the other two teams have 5 people each ?

(ii) How many ways are there to split a dozen people into 3 teams, where each team has 4 people ?

$$2\frac{1}{2}+2\frac{1}{2}$$

(b) Suppose a box contains five biased coins with probability of head as 0, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$ and 1 respectively. One coin is selected at random and tossed twice.

(i) What is the probability of obtaining tail on the first toss ?

(ii) If tail is obtained on first toss, what is the probability that another tail will be obtained on second toss ?

$$2+3$$

(a) (i) एक दर्जन लोगों को 3 टीमों में बाँटने के कितने तरीके हैं, यदि एक टीम में 2 लोग हैं तथा अन्य दो टीमों में से प्रत्येक में 5 लोग हैं ?

(ii) एक दर्जन लोगों को 3 टीमों में बाँटने के कितने तरीके हैं, यदि प्रत्येक टीम में 4 लोग हैं ?

(b) मान लीजिए कि एक डिब्बे में पाँच अभिनत (biased) सिक्के हैं जिनमें चित (head) की प्रायिकताएँ क्रमशः $0, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{3}{4}$ व 1 हैं। एक सिक्का यादृच्छिक रूप से चुना जाता है तथा दो बार उछाला जाता है :

- (i) प्रथम बार उछाले जाने पर पट (tail) आने की प्रायिकता क्या है ?
- (ii) यदि प्रथम बार उछाले जाने पर पट आता है, तो इस बात की प्रायिकता क्या है कि दूसरी बार उछाले जाने पर भी पट ही जाएगा ?

SECTION B

(खण्ड 'ब')

Attempt any two from Questions Nos. 4, 5 and 6.

प्रश्नों 4, 5 व 6 में से किन्हीं दो के उत्तर दीजिए।

4. (a) Check whether the following functions can serve as probability mass functions for discrete random variables :

(i) $f(x) = \frac{x^2}{30}$ for $x = 1, 2, 3, 4$

(ii) $f(y) = \frac{2x}{k(k+1)}$ for $x = 1, 2, 3, \dots, k$. 2+2

- (b) Consider the cumulative distribution function for a continuous random variable X :

$$\begin{aligned} F(x) &= 0 && \text{for } x < 0 \\ &= x^2 && \text{for } 0 \leq x < 1 \\ &= 1 && \text{for } x \geq 1 \end{aligned}$$

Find out :

(i) $P\left(X \leq \frac{1}{2}\right)$

(ii) $P\left(\frac{2}{3} \leq X \leq 1\right)$

(iii) $P\left(X \geq \frac{3}{4}\right)$ 2+2+2

- (a) जाँच कीजिए कि क्या निम्नलिखित फलनों का उपयोग असंतत यादृच्छिक चरों (Discrete random variables) हेतु प्रायिकता पिण्ड फलन (Probability mass functions) के तौर पर किया जा सकता है :

(i) $f(x) = \frac{x^2}{30}$, $x = 1, 2, 3, 4$ हेतु

(ii) $f(y) = \frac{2x}{k(k+1)}$, $x = 1, 2, 3, \dots, k$ हेतु 2+2

- (b) एक संतत यादृच्छिक चर (Continuous random variable) X हेतु संचयी बण्टन फलन (Cumulative distribution function) ज्ञात कीजिए :

$$\begin{aligned} F(x) &= 0 & x < 0 \text{ हेतु} \\ &= x^2 & 0 \leq x < 1 \text{ हेतु} \\ &= 1 & x \geq 1 \text{ हेतु} \end{aligned}$$

निम्नलिखित को ज्ञात कीजिए :

- (i) $P\left(X \leq \frac{1}{2}\right)$
(ii) $P\left(\frac{2}{3} \leq X \leq 1\right)$
(iii) $P\left(X \geq \frac{3}{4}\right)$

5. (a) A bookstore purchases a book at Rs. 50 and sells at Rs. 80. Let X = number of books sold on a given day and suppose pmf of X is :

X	$P(x)$
0	0.05
1	0.1
2	0.2

3	0.15
4	0.24
5	0.2
6	0.06

- (i) Compute the expected numbers of books sold on a given day.
(ii) Suppose the shopkeeper stocks 6 books on a given day and the book not sold by the end of the day is returned at Rs. 30, find the expected net revenue. 3+3
- (b) In a production facility, the assembly time of product ABC may be looked upon as a random variable with average time taken as 35.4 minutes and standard deviation of 2.5 minutes. Find the probability that the assembly time of one of the units of product ABC will be : 2+2
- (i) at least 36 minutes
(ii) at most 33.4 minutes.

- (a) पुस्तकों की एक दुकान एक पुस्तक को 50 रुपये में खरीदती है व 80 रुपये में बेचती है। मान लीजिए कि X = किसी दिन में बेची गई पुस्तकों की संख्या है तथा मान लीजिए कि X का pmf निम्न प्रकार है :

X	$P(x)$
0	0.05
1	0.1
2	0.2
3	0.15
4	0.24
5	0.2
6	0.06

- (i) किसी दिन में बेची गई पुस्तकों की प्रत्याशित (expected) संख्या ज्ञात कीजिए।
- (ii) मान लीजिए कि दुकानदार किसी दिन में 6 पुस्तकों का स्टॉक रखता है व दिन के अन्त में न बिकी पुस्तकों को 30 रुपये में लौटा दिया जाता है, तो प्रत्याशित निवल राजस्व (net revenue) ज्ञात कीजिए।

- (b) एक विनिर्माण संयंत्र में किसी उत्पाद ABC की समवेतन अवधि (Assembly time) को माध्य 35.4 मिनट व मानक विचलन 2.5 मिनट वाले एक यादृच्छिक चर के तौर पर देखा जा सकता है। इस बात की प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि उत्पाद ABC की एक इकाई हेतु समवेतन अवधि :

- (i) कम से कम 36 मिनट होगी
- (ii) अधिक से अधिक 33.4 मिनट होगी।

6. (a) Suppose that five people A, B, C, D and E are standing in a line in random order. Let X denotes the number of people standing between persons A and B. Find the probability distribution of X . 5

- (b) A social scientist claims that only 50% of all high school graduates who are capable of doing college work actually go to college. What is the probability that among 10 high

school graduates who are capable of doing college work :

- (i) Exactly 4 go to the college
- (ii) Less than 6 go to the college.

(a) मान लीजिए कि पाँच लोग A, B, C, D व E एक पंक्ति में यादृच्छिक क्रम में खड़े हैं। मान लीजिए कि X, व्यक्तियों A व B के मध्य खड़े लोगों की संख्या है। X का प्रायिकता बण्टन ज्ञात कीजिए।

(b) एक सामाजिक वैज्ञानिक का दावा है कि कॉलेज का कार्य करने में सक्षम हाई स्कूल उत्तीर्ण लोगों में से 50% वास्तव में कॉलेज जाते हैं। इस बात की प्रायिकता क्या है कि कॉलेज का कार्य करने में सक्षम, हाई स्कूल उत्तीर्ण 10 लोगों में से :

- (i) ठीक 4 कॉलेज जाते हैं।
- (ii) 6 से कम कॉलेज जाते हैं।

SECTION C

(खण्ड 'स')

Attempt any two from Question Nos. 7, 8 and 9.

प्रश्न 7, 8 व 9 में से किन्हीं दो के उत्तर दीजिए।

7. (a) A student takes up courses in Statistics and Macroeconomics in his graduation programme. The proportion of correct answers in the exam of both courses is denoted by X and Y and the joint probability distribution of these random variables can be approximated with the joint probability density as follows :

$$f(x, y) = \frac{2}{5}(2x + 3y) \quad \text{for } 0 < x < 1, 0 < y < 1$$

$$= 0 \quad \text{elsewhere}$$

Calculate :

- (i) The probability that the student answers more than 40 percent of the questions correctly in both the tests.
- (ii) The probability that he gets more than 80 percent answers correct in statistics and less than 50 percent answers correct in Macroeconomics. 2+2

P.T.O.

- (b) The number of courses taken up by a student at a university has the following probability distribution :

Number of Courses Probability

(X)

1	0.2
2	0.6
3	0.2

Let X_1 and X_2 be the number of courses opted by two students and each have the same distribution as the population :

- (i) Determine the sampling distribution of

$$\bar{X} = \frac{X_1 + X_2}{2}$$

- (ii) Determine expected value and variance of \bar{X} . 3+3

- (a) एक विद्यार्थी अपने स्नातक कार्यक्रम में सांख्यिकी (Statistics) व समष्टि अर्थशास्त्र (Macroeconomics) के पेपर लेता है। इन दो पेपरों में सही उत्तरों के अनुपातों

(Proportions) को क्रमशः X व Y से व्यक्त किया जाता है तथा इन यादृच्छिक चरों के संयुक्त प्रायिकता बण्टन को निम्नलिखित संयुक्त प्रायिकता घनत्व (Joint probability density) से सन्निकटित (Approximate) किया जा सकता है :

$$f(x, y) = \frac{2}{5}(2x + 3y) \quad 0 < x < 1, 0 < y < 1 \text{ हेतु}$$

$$= 0$$

अन्यत्र

निम्नलिखित की गणना कीजिए :

- (i) इस बात की प्रायिकता कि विद्यार्थी दोनों परीक्षाओं में 40 प्रतिशत से अधिक प्रश्नों के सही उत्तर देता है।
- (ii) इस बात की प्रायिकता कि सांख्यिकी में उसके 80 प्रतिशत से अधिक उत्तर सही होते हैं तथा समष्टि अर्थशास्त्र में 50 प्रतिशत से कम उत्तर सही होते हैं।

- (b) एक विद्यार्थी द्वारा एक विश्वविद्यालय में लिए गए पेपरों की संख्या का निम्नलिखित प्रायिकता बण्टन है :

पेपरों की संख्या प्रायिकता

(X)

1

0.2

2

0.6

3

0.2

मान लीजिए कि दो विद्यार्थियों द्वारा लिए गए पेपरों की संख्या X_1 व X_2 है तथा प्रत्येक का बण्टन वही है जो कि समष्टि (Population) का है :

- (i) $\bar{X} = \frac{X_1 + X_2}{2}$ का प्रतिदर्शीय बण्टन (Sampling distribution) ज्ञात कीजिए।

- (ii) \bar{X} का प्रत्याशित मान व प्रसरण ज्ञात कीजिए।

8. (a) If the joint probability distribution of X and Y is given by :

	X			
		-1	0	1
Y	-1	1/6	1/3	1/6
	0	0	0	0
	1	1/6	0	1/6

Show that their covariance is zero even though the two random variables are not independent. 6

- (b) Let X_1, X_2, X_3 represent the times necessary to perform three successive repair tasks at a certain service facility. Suppose they are independent, normal random variables with expected values μ_1, μ_2 and μ_3 and variances as $\sigma_1^2, \sigma_2^2, \sigma_3^2$ respectively. If means are 40, 50 and 60 and variances are 10, 12 and 14 respectively, calculate :

(i) $P(X_1 + X_2 + X_3 \leq 160)$

(ii) $P(X_1 + X_2 \geq 2X_3)$.

2+2

- (a) यदि X व Y का संयुक्त प्रायिकता बण्टन निम्न प्रकार है :

	X			
		-1	0	1
Y	-1	1/6	1/3	1/6
	0	0	0	0
	1	1/6	0	1/6

दर्शाए कि इन चरों का सह-प्रसरण (Covariance) शून्य है यद्यपि ये स्वतन्त्र नहीं हैं।

- (b) मान लीजिए कि किसी सेवा केन्द्र में तीन क्रमिक मरम्मत कार्यों को करने में लगने वाली अवधियाँ X_1, X_2, X_3 हैं। मान लीजिए कि ये स्वतन्त्र, प्रसामान्य (Normal) यादृच्छिक चर हैं जिनके प्रत्याशित मान क्रमशः μ_1, μ_2 व μ_3 हैं तथा प्रसरण क्रमशः $\sigma_1^2, \sigma_2^2, \sigma_3^2$ हैं। यदि माध्य क्रमशः 40, 50 व 60 हैं तथा प्रसरण क्रमशः 10, 12 व 14 हैं तो निम्नलिखित की गणना कीजिए :

- (i) $P(X_1 + X_2 + X_3 \leq 160)$
(ii) $P(X_1 + X_2 \geq 2X_3)$.

9. (a) The monthly income of residents of a city is normally distributed with mean of Rs. 30,000 and the standard deviation of Rs. 5,000. If a random sample of 50 individuals is taken, what is the probability that their average monthly income will be :

(i) More than Rs. 24,000 ?

(ii) Between Rs. 20,000 and Rs. 30,000. 2+3

- (b) Suppose that $p(x, y)$, the joint probability mass function of X and Y , is given by :

$$p(0, 0) = 0.4, p(0, 1) = 0.2, p(1, 0) = 0.1, p(1, 1) = 0.3$$

Calculate :

- (i) the conditional probability mass function of X given that $Y = 1$.

(ii) the expected value of X given $Y = 0$. 2+3

- (a) एक शहर के निवासियों की मासिक आय का बण्टन प्रसामान्य है जिसका माध्य 30,000 रुपये तथा मानक विचलन 5,000 रुपये है। यदि 50 व्यक्तियों का एक यादृच्छिक प्रतिदर्श लिया जाता है, तो इस बात की प्रायिकता क्या है कि उनकी औसत मासिक आय :

(i) 24,000 रुपये से अधिक होगी ?

(ii) 20,000 रुपये व 30,000 रुपये के मध्य होगी ?

- (b) मान लीजिए कि X व Y का संयुक्त प्रायिकता पिण्ड फलन निम्न प्रकार है :

$$p(0, 0) = 0.4, p(0, 1) = 0.2, p(1, 0) = 0.1, p(1, 1) = 0.3$$

निम्नलिखित की गणना कीजिए :

- (i) यदि $Y = 1$ हो तो X का सशर्त प्रायिकता पिण्ड फलन (Conditional Probability Mass Function)
(ii) यदि $Y = 0$ हो तो X का प्रत्याशित मान।

SECTION D

(खण्ड 'द')

Attempt any two from Question Nos. 10, 11 and 12.

प्रश्न 10, 11 व 12 में से किन्हीं दो के उत्तर दीजिए।

10. (a) Let X_1, X_2, \dots, X_n denote a random sample from a normal distribution with mean zero and variance σ^2 , $0 < \sigma^2 < \alpha$.
Examine the two estimators of σ^2 : (i) $\sum X_i^2/n$ and (ii) $\sum \frac{X_i^2}{n-1}$ and show which of the following is an unbiased estimator of σ^2 for finitely small sample. Will your answer change if $n \rightarrow \alpha$?
(b) Use the method of moments to estimate θ in the pdf :

$$f_y(y; \theta) = (\theta^2 + \theta)y^{\theta-1} (1-y) \quad 0 \leq y \leq 1$$

Assume that the random sample of size n is collected.

5

- (a) मान लीजिए कि X_1, X_2, \dots, X_n शून्य माध्य व σ^2 प्रसरण वाले प्रसामान्य बण्टन से एक यादृच्छिक प्रतिदर्श है जहाँ, $0 < \sigma^2 < \alpha$, σ^2 के दो आकलकों (Estimators) पर विचार कीजिए (i) $\sum X_i^2/n$ व (ii) $\sum \frac{X_i^2}{n-1}$ तथा दर्शाइए कि निम्नलिखित में से कौनसा, परिमित (finite) आकार के प्रतिदर्श हेतु σ^2 का एक अनभिनत (unbiased) आकलक है। यदि $n \rightarrow \alpha$ तो क्या आपका उत्तर परिवर्तित हो जाएगा ?

- (b) आघूर्ण विधि (Method of moments) की सहायता से निम्नलिखित pdf में θ को आकलित कीजिए :

$$f_y(y; \theta) = (\theta^2 + \theta)y^{\theta-1} (1-y) \quad 0 \leq y \leq 1$$

मान लीजिए कि आकार n का एक यादृच्छिक प्रतिदर्श लिया जाता है।

11. (a) Given that $Y_1 = 2.3$, $Y_2 = 1.9$, and $Y_3 = 4.6$ is a random sample from :

$$f_y(y; \theta) = \frac{y^3 e^{-y/\theta}}{6\theta^4} \quad \text{for } y \geq 0$$

Calculate the MLE for θ .

5

P.T.O.

- (b) The grade point average of the students in Economics at a University follows a normal distribution with standard deviation as 0.32. How large must a sample be taken to guarantee that the length of a 95% confidence interval for μ will be less than 0.26 ? 3

- (c) What "confidence" would be associated with each of the following intervals ? Assume that the random variable Y is normally distributed and that σ is known :

(i) $(\bar{y} - 2.33\sigma/\sqrt{n}, \bar{y} + 2.33\sigma/\sqrt{n})$

(ii) $(\bar{y} - 2.58\sigma/\sqrt{n}, \bar{y} + 2.58\sigma/\sqrt{n})$ 2

- (a) यदि $Y_1 = 2.3$, $Y_2 = 1.9$ तथा $Y_3 = 4.6$, निम्नलिखित समष्टि से एक यादृच्छिक प्रतिदर्श है :

$$f_y(y; \theta) = \frac{y^3 e^{-y/\theta}}{6\theta^4} \quad y \geq 0 \text{ हेतु}$$

तो θ हेतु MLE की गणना कीजिए।

- (b) एक विश्वविद्यालय में विद्यार्थियों के अर्थशास्त्र में ग्रेड-बिन्दु औसत का बण्टन प्रसामान्य है जिसका मानक विचलन 0.32 है। इस बात की गारण्टी देने के लिए प्रतिदर्श का आकार कितना बड़ा होना चाहिए कि μ हेतु 95% विश्वास्यता अन्तराल की लम्बाई 0.26 से कम हो ?

- (c) निम्नलिखित अन्तरालों के साथ कितना "विश्वास" (Confidence) सम्बद्ध होगा ? मान लीजिए कि यादृच्छिक चर Y का बण्टन प्रसामान्य है तथा σ ज्ञात है :

(i) $(\bar{y} - 2.33\sigma/\sqrt{n}, \bar{y} + 2.33\sigma/\sqrt{n})$

(ii) $(\bar{y} - 2.58\sigma/\sqrt{n}, \bar{y} + 2.58\sigma/\sqrt{n})$

12. (a) In a random sample, 136 of 400 persons given a flu vaccine experience some discomfort. Construct a 99% confidence interval for the true proportion of persons who will experience some discomfort from the vaccine. 4

- (b) A teacher wants to determine the average time taken by a student to complete a test of 20 questions. If for 12 such tests, she obtained a mean time of completion as 75.6 minutes and a standard deviation of 9.4 minutes,

- (i) Construct a 99% confidence interval for the true mean.

- (ii) Would a 90% confidence interval calculated from this same sample have been narrower or wider than the given interval ? Explain. 4+2

- (a) एक यादृच्छिक प्रतिदर्श में फलू का टीका लगाए जाने के बाद 400 में से 136 व्यक्तियों को कुछ बेचैनी का अनुभव हुआ। टीके के लगाए जाने के बाद बेचैनी का अनुभव करने वाले व्यक्तियों के सही अनुपात (Proportion) हेतु एक 99% विश्वास्यता अन्तराल का निर्माण कीजिए।
- (b) एक अध्यापिका 20 प्रश्नों की एक परीक्षा को पूर्ण करने में एक विद्यार्थी को लगने वाला औसत समय ज्ञात करना चाहती है। यदि इस प्रकार की 12 परीक्षाओं हेतु उसे परीक्षा पूर्ण करने में लगने वाला माध्य समय 75.6 मिनट व मानक विचलन 9.4 मिनट प्राप्त हुआ तो :
- (i) वास्तविक माध्य हेतु 99% विश्वास्यता अन्तराल का निर्माण कीजिए।
- (ii) इसी प्रतिदर्श से ज्ञात 90% विश्वास्यता अन्तराल उपर्युक्त अन्तराल से संकरा होगा या चौड़ा ? समझाइए।