

[Time: 2 Hours]

[Marks:60]

Please check whether you have got the right question paper.

- N.B: 1) All Questions are compulsory.
 2) Figures to the right indicate full marks assigned to each question.
 3) Only simple calculator is allowed.

Q.1 Answer any two of the following questions:

- a) i) Define Mean and Variance of a Random Variable. Give Example. (3.5)
 ii) Suppose the given Universal Set:
 $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$
 Subset A = {1, 4, 5, 8, 9, 10}
 Subset B = {2, 3, 4, 5, 6, 7, 10}
 Find out: 1) P(A ∪ B), 2) P(A ∩ B), 3) P(B^c) and 4) P(A^c). (04)
- b) i) Suppose X = {1, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 1, 0, 1} stands for the outcome of a geometric random variable, where '1' stands for 'success' and '0' stands for 'failure' and as per given information, probability of success is 0.3. Find out P(X). (3.5)
 ii) Explain the concept of "Law of Large Numbers". (04)
- c) Suppose two dice are thrown together and X denotes the sum of the numbers appeared on the uppermost surface of the two dice. Find out mean and variance of X. (7.5)

Q.2 Answer any two of the following questions:

- a) Explain the following three concepts with example: (7.5)
 i) One tailed and Two tailed test
 ii) Confidence Interval
 iii) Null and Alternative Hypothesis
- b) Consider the following sample of randomly chosen value of X from a normally distributed population:
 Sample = (30, 35, 40, 45, 50, 55, 60, 65, 70, 75, 80, 85, 90)
 Could this sample have come from a population with variance 50? What would be your conclusion?
 [Tabulated value: $\chi^2(0.05, 12) = 21.0$ and $\chi^2(0.025, 12) = 23.3$]
- c) i) Discuss the concept of "Central Limit Theorem". (3.5)
 ii) Suppose X denotes "IQ" score of students and X follows normal distribution with $\mu = 100$ and $\sigma = 25$. Find out percentage of the students who belong to IQ score range between 75 and 125.
 [$P(Z < Z_1) = 0.1587$ and $P(Z < Z_2) = 0.8413$]

Q.3 Answer any two of the following questions:

- a) Consider the following estimated Consumption equation:
 $C = 500 + 0.6Y$
 (0.5) (0.06)
 (Figures in the parenthesis represents the respective standard errors of the estimated parameters)

Where C denotes Consumption expenditure and Y denotes Income of an individual.

- i) Explain the relationship between C and Y and interpret the estimated value of intercept (3.5)
and slope coefficient.
- ii) Calculate the values of ' t_α ' and ' t_β ' with the help of given information. (04)

- b) i) Calculate R^2 using the following information:
 $TSS = 700$, $ESS = 400$ and $RSS = 300$ (3.5)
- ii) Calculate adjusted R^2 using the following information:
 $TSS = 800$, $ESS = 400$, $RSS = 400$, $n = 15$ and $k = 5$ (04)

- c) Consider the following regression model: $Y = \alpha + \beta X$ and calculate value of α and β using the following data: (7.5)

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
y	2	5	9	10	1	8	4	6	7	3

Q.4 Answer **any two** of the following questions: (15)

- a) i) Briefly explain Autocorrelation problem with example and state its consequences in Linear Regression Model. (3.5)
- ii) Calculate Durbin-Watson (DW) test statistic and conclude the result in order to determine the problem of autocorrelation: $\sum e_t e_{t-1} = -60$ and $\sum (e_t)^2 = 100$. (04)

- b) i) Discuss the concept of Heteroscedasticity with example. What are its consequences in Linear Regression model? (3.5)
- ii) Calculate Goldfeld - Quandt's test statistic and conclude your result in order to determine the problem of Heteroscedasticity with the help of following data:
 $RSS_1 = 400$ d.f.= 11
 $RSS_2 = 500$ d.f. = 11
 $F_{0.05,11,11} = 2.82$ (04)

- c) i) Explain the problem of Multicollinearity and its consequences in Linear Regression model. (3.5)
- ii) Suppose r_{12} denotes correlation coefficients between X_1 and X_2 . Calculate Variance Inflating Factor (VIF) with the help of following data: (04)

r_{12}	0.80	0.85	0.90	0.95
VIF				

[वेळ: २ तास]

[गुण: ६०]

- सूचना:**
१. सर्व प्रश्न सोडविणे आवश्यक आहे.
 २. उजवीकडील अंक प्रत्येक प्रश्नाचे पूर्ण गुण दर्शवितात.
 ३. साधा गणकयंत्र वापरण्यास परवानगी आहे.

प्र.१ ला पुढीलपैकी कोणत्याही दोन प्रश्नांची उत्तरे लिहा.

- अ) i) यादृच्छिक चलाच्या (Random Variable) मध्य (Mean) आणि प्रचरण (Variance) या व्याख्या (३.५) लिहून उदाहरण द्या.

- ii) समजा दिलेल्या विश्वसंचामध्ये,

$$\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$$

$$\text{उपसंच } A = \{1, 4, 5, 7, 9, 10\}$$

$$\text{उपसंच } B = \{2, 3, 4, 6, 7, 8\}$$

मूल्य काढा : १) $P(A \cup B)$ २) $P(A \cap B)$ ३) $P(B^C)$ ४) $P(A^C)$

(०४)

- ब) i) समजा, $X = \{1, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 1, 0, 1\}$ हे जिओमेट्रिक (Geometric) यादृच्छिक चल असून, '१' हा यश आणि '०' हा अपयशासाठी वापरला गेला आहे. दिलेल्या माहितीवरून यशाची संभाव्यता ०.३ असताना $P(X)$ काढा. (३.५)

- ii) 'विशाल आकड्यांचा नियम' ही संकल्पना स्पष्ट करा. (०४)

- क) समजा, दोन फासे (dice) एकत्रितपणे फेकले आणि X हे यादृच्छिक चल दोन फास्यांच्या सर्वात वरच्या पृष्ठभागावर येणारी बेरीज दर्शविते. तर X या यादृच्छिक चलाचे माध्य (Mean) आणि प्रचरण (Variance) काढा. (७.५)

प्र.२ पुढीलपैकी कोणत्याही दोन प्रश्नांची उत्तरे लिहा. (१५)

- अ) i) एक शेपूट आणि द्वि शेपूट चाचणी (One Tailed and Two Tailed Test) (७.५)
 ii) आत्मविश्वासी अंतर (Confidence Interval)
 iii) शून्य परिकल्पना आणि पर्यायी परिकल्पना (Null Hypothesis and Alternative Hypothesis)

- ब) प्रसामान्य वितरणाच्या (Normal Distribution) विश्वातून यादृच्छिक पद्धतीने निवडलेला नमुना विचारात घ्या. (७.५)
 नमुना (sample) = (३०, ३५, ४०, ४५, ५०, ५५, ६०, ६५, ७०, ७५, ८०, ८५, ९०)
 दिलेला नमुना प्रचरण (Variance) ५० असलेल्या विश्वातून (Population) आला आहे का? तुमचा निष्कर्ष काय असेल? [$\chi^2_{(0.05, 12)} = 21.0$ आणि $\chi^2_{(0.025, 12)} = 23.3$]

क) i) 'केंद्रीय मर्यादा प्रतिमान' या संकल्पनेची चर्चा करा. (3.5)

ii) समजा X विद्यार्थ्यांचा बुद्ध्यांक (IQ Score) दर्शवितो, आणि X हे प्रसामान्य वितरण $\mu = 100$ (8)

आणि $\sigma = 25$ दर्शविते. तर बुद्ध्यांक 75 आणि 125 च्या दरम्यान असणाऱ्या विद्यार्थ्यांची टक्केवारी काढा.

$$[P(Z < Z_1)] = 0.1587 \text{ आणि } P(Z < Z_2) = 0.8413]$$

प्र.३ पुढीलपैकी कोणत्याही दोन प्रश्नांची उत्तरे लिहा.

अ) पुढील प्राक्कलित उपभोग फलन विचारात घ्या.

$$C = 500 + 0.6y$$

$$(0.5) \quad (0.06)$$

(कंसातील आकडे अनुक्रमे प्राक्कलित प्राचलांच्या प्रमाणित दोषांचे प्रतिनिधित्व करतात.)

(C उपभोग खर्च दर्शविते तर y वैयक्तिक उत्पन्न दर्शविते.)

i) C आणि Y यामधील संबंध स्पष्ट करा. स्थिर आणि उतार गुणकांच्या प्राक्कलित मुल्यांचे विश्लेषण करा. (3.5)

ii) दिलेल्या माहितीच्या आधारे t_α आणि t_β यांची गणना करा. (0.8)

ब) i) पुढील माहितीच्या आधारे R^2 चे मूल्य काढा. (3.5)

$$TSS = 900, \quad ESS = 400, \quad \text{आणि } RSS = 300$$

ii) पुढील माहितीच्या आधारे समायोजित R^2 (Adjusted R^2) चे मूल्य काढा. (0.8)

$$TSS = 800, \quad ESS = 400, \quad \text{आणि } RSS = 400, \quad n = 15 \quad \text{आणि } k = 5.$$

क) पुढील समाश्रयण प्रतिमान (Regression Model) विचारात घ्या. (0.5)

$Y = \alpha + \beta_X$ आणि α आणि β यांचे मूल्य काढा.

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
y	2	5	9	10	1	8	4	6	7	3

प्र.४ अ) पुढीलपैकी कोणत्याही दोन प्रश्नांची उत्तरे लिहा. (0.5)

i) स्वायत्त सहसंबंध (Auto Correlation) ही समस्या उदाहरणाच्या सहाय्याने थोडक्यात स्पष्ट करून त्याचे रेषीय समाश्रयण प्रतिमानावर होणारे परिणाम नमूद करा. (3.5)

ii) डर्बिन वॉटसन (Durbin Watson) सांख्यिकी काढा आणि स्वायत्त सहसंबंधांची (Auto Correlation) समस्या शोधून निर्णय घ्या. (0.8)

$$\sum e_t e_{t-1} = -60 \quad \text{आणि } \sum (e_t)^2 = 100.$$

- ब) i) विभिन्न विचरण (Heteroskeclasticity) संकल्पनेची उदाहरणाच्या सहाय्याने चर्चा करा. रेषीय (३.५)
 समाश्रयण प्रारूपातील विभिन्न विचरणाचे परिणाम कोणते आहेत?
 ii) गोल्डफेल्ड कॉन्ट्रूट्स(Goldfeld- Quandt's) चाचणी सांख्यिकी काढा. पुढील माहितीच्या आधारे (०४)
 विभिन्न विचरणाची समस्या आहे का ते निर्धारित करा.

$$RSS_1 = 800 \quad d.f. = 11$$

$$RSS_2 = 500 \quad d.f. = 11$$

$$F_{0.05, 11, 11} = 2.82$$

- क) i) बहुरेषीयतेची समस्या व त्याचे रेषीय समाश्रयण प्रतिमानावर होणारे परिणाम लिहा. (३.५)
 ii) समजा r_{12} हा X_1 व X_2 मधील सहसंबंध गुणक दर्शवितो. पुढील आकडेवारीच्या सहाय्याने प्रचरण वृद्धी घटक (Variance Inflating Factor) VIF ची गणना करा. (०४)

r_{12}	0.80	0.85	0.90	0.95
VIF				
