

Q. P. Code : 28344

(2 Hours)

(Total Marks : 60)

- N. B. :**
1. All questions are **compulsory**.
 2. **Figures** to the **right** indicate **full marks** assigned to **each** question.
 3. Only **simple calculator** is **allowed**.

1. Answer **any two** of the following questions : (15)
 - a) i) Explain the concepts of mean and variance of random variable with example. (3.5)
 - ii) Suppose the given universal set : (04)

$$\Omega = \{1, 11, 21, 31, 41, 51, 61, 71, 81, 91\}$$
 and subset $A = \{11, 21, 51, 61, 81\}$
 and subset $B = \{1, 31, 41, 71, 91\}$
 Find out : 1) $P(A \cup B)$, 2) $P(A \cap B)$, 3) $P(A^c)$, 4) $P(B^c)$.
 - b) i) Suppose $X = \{1, 0, 0, 1, 1, 0, 1, 0\}$ stands for the outcome of a geometric random variable, where '1' stands for 'success' and '0' stands for 'failure' as per given information, probability of success is 0.4. Find out $P(X)$. (3.5)
 - ii) Suppose, two unbiased coins are tossed together. Consider X is a random variable which denotes number of tails appeared. Find out mean and variance of X . (04)
 - c) Suppose, two dice are thrown together and x denotes the sum of the numbers on the uppermost surface of the two dice. Find out mean and variance of X . (7.5)
2. Answer **any two** of the following questions : (15)
 - a) Explain the following **three** concepts with example : (7.5)
 - i) Null and Alternative hypothesis.
 - ii) Critical Region.
 - iii) Two Tailed Test.
 - b) Suppose X denotes 'IQ' score of students and X follows normal distribution with $\mu = 100$ and $\sigma = 20$. Find percentage of the students who are going to have IQ score between 80 and 120. (7.5)

$$[P(Z < Z_1) = 0.1587 \text{ and } P(Z < Z_2) = 0.8413]$$
.
 - c) i) Suppose, you are given the following sample of randomly chosen value of X (3.5)
 from a normally distributed population :
 Sample = (65, 58, 80, 56, 67, 70, 50, 59, 61, 72, 87, 67, 58)
 Could this sample have come from a population with variance 70? What would be your conclusion $\chi^2_{0.05, 12} = 21.0$, $\chi^2_{0.25, 12} = 23.3$
 - ii) Discuss Central Limit Theorem. (04)

TURN OVER

3. Answer **any two** of the following questions :

(15)

a) Consider the following estimated investment function :

$$I = 200 - 0.3r \quad R^2 = 0.72$$

(0.03) (0.06)

(Figures in the parenthesis represents the respective standard errors of the estimated parameters).

i) Explain the relationship between I and r and interpret the estimated value of intercept and slope coefficient. (3.5)

ii) Calculate the values of ' t_α ' and ' t_β ' with the help of given estimated investment function. (04)

b) i) Calculate R^2 using the following information : (3.5)

$$TSS = 659, \quad ESS = 339 \text{ and } RSS = 320.$$

ii) Calculate adjusted R^2 using the following information : (04)

$$TSS = 742, \quad ESS = 574 \text{ and } RSS = 168, \quad n = 17, \quad k = 05.$$

c) Consider the following regression model : (7.5)

$$Y = \alpha + \beta X$$

Calculate the value of $\hat{\alpha}$ and $\hat{\beta}$ using the following data :

X	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Y	4	9	11	6	12	14	7	5	8

4. Answer **any two** of the following questions :

(15)

a) i) Briefly explain the concept of Heteroskedasticity with example. What are its consequences in Linear Regression Model? (3.5)

iii) Calculate Goldfeld-Quandt's test statistic and conclude your result in order to determine the problem of Heteroskedasticity with the help of following data: (04)

$$RSS_2 = 376 \quad df = 11$$

$$RSS_1 = 299 \quad df = 11$$

$$F_{0.05, 11, 11} = 2.82.$$

b) ii) Explain Autocorrelation problem with example and state its consequences in Linear Regression Model. (3.5)

iii) Calculate Durbin-Watson (DW) test statistic and conclude the result in order to determine the problem of autocorrelation : (04)

$$\sum \hat{e}_t \hat{e}_{t-1} = 40, \quad \sum \hat{e}_{t-1}^2 = 90$$

c) i) Discuss the problem of Multicollinearity & its consequences. (3.5)

ii) Suppose r_{23} denotes correlation coefficients between x_2 and x_3 . Calculate (04)

Variance Inflating Factor (VIF) with the help of following data :

r_{23}	0.55	0.65	0.75	0.85
VIF				

3
(2 तास)

(एकूण गुण : 60)

- सूचना : १. सर्व प्रश्न सोडविणे आवश्यक आहे.
२. उजवीकडील अंक पूर्ण गुण दर्शवितात.
३. साधा गणकयंत्र वापरण्यास परवानगी आहे.

1. पुढीलपैकी कोणत्याही दोन प्रश्नांची उत्तरे लिहा :

(15)

अ) i) यादृच्छिक चलाच्या माध्य (mean) व प्रचरणाची (variance) संकल्पना उदाहरणाच्या साहाय्याने स्पष्ट करा. (3.5)

ii) समजा दिलेला वैश्विक (Universal) संच : (04)

$$\Omega = \{1, 11, 21, 31, 41, 51, 61, 71, 81, 91\}$$

$$\text{जर उपसंच } A = \{11, 21, 51, 61, 81\}$$

$$\text{आणि उपसंच } B = \{1, 31, 41, 71, 91\}$$

$$\text{तर पुढील मूल्य काढा : 1) } P(A \cup B), 2) P(A \cap B), 3) P(A^c), 4) P(B^c).$$

ब) i) समजा $X = \{1, 0, 0, 1, 1, 0, 1, 0\}$ हे जीओमेट्रीक (Geometric) यादृच्छिक चल दर्शविते. '1' हा यश आणि '0' हा अपयशासाठी वापरला गेला आहे. दिलेल्या माहितीवरून यशाची संभाव्यता 0.4 असतांना $P(X)$ काढा. (3.5)

ii) समजा दोन नाणे निपक्षपातीपणे एकत्रितरीत्या फेकले, X हे यादृच्छिक चल काटा (tail) येण्याची संभाव्यता आहे. X या यादृच्छिक चलाचे माध्य (mean) आणि प्रचरण (variance) काढा. (04)

क) समजा, दोन फासे (dice) एकत्रीत पणे फेकले, X हे यादृच्छिक चल दोन्ही फास्यांच्या सर्वात वरच्या पृष्ठभागावर येणारी बेरीज दर्शविते. X या यादृच्छिक चलाचे माध्य (mean) आणि प्रचरण (variance) काढा. (7.5)

2. पुढीलपैकी कोणत्याही दोन प्रश्नांची उत्तरे लिहा :

(15)

अ) खालील तीन संकल्पना उदाहरणांसहित स्पष्ट करा :

(7.5)

i) शून्य आणि पर्यायी परिकल्पना (Null and Alternative hypothesis).

ii) दोषदर्शी प्रदेश (Critical Region).

iii) दोन शेपटी चाचणी (Two Tailed Test).

ब) समजा X विद्यार्थ्यांच्या बुद्ध्यांक (IQ Score) दर्शवितो. X हे प्रसामान्य वितरण $\mu = 100$ आणि $\sigma = 20$ दर्शवितो. तर, बुद्ध्यांक 80 आणि 120 च्या दरम्यान असणाऱ्या विद्यार्थ्यांची टक्केवारी शोधा. (7.5)

$$[P(Z < Z_1) = 0.1587 \text{ आणि } P(Z < Z_2) = 0.8413]$$

TURN OVER

- क) i) समजा प्रसामान्य वितरणाच्या (Normal Distribution) विश्वातून (Population) (3.5)
यादृच्छिक पद्धतीने निवडलेला नमुना खालीलप्रमाणे आहे.
नमुना (Sample) = (65, 58, 80, 56, 67, 70, 50, 59, 61, 72, 87, 67, 58).
दिलेला नमुना प्रचरण (Variance) 70 असलेल्या विश्वातून (Population) आला आहे
का? तुमचा निष्कर्ष काय असेल? $\chi^2_{0.05, 12} = 21.0$, $\chi^2_{0.25, 12} = 23.3$
ii) केंद्रीय मर्यादा प्रतिमानांवर चर्चा करा. (04)

3. पुढीलपैकी कोणत्याही दोन प्रश्नांची उत्तरे लिहा : (15)

अ) पुढील प्राक्कलित गुंतवणूक फलन विचारात घ्या :

$$I = 200 - 0.3r \quad R^2 = 0.72$$

(0.03) (0.06)

(कंसातील आकडे अनुक्रमे प्राक्कलित प्राचलांच्या प्रमाणित दोषांचे प्रतिनिधित्व करतात).

I आणि r यामधील संबंधाविषयी चर्चा करा. स्थिर आणि उतार (Slope coefficient)

- i) सहगुणकांचे प्राक्कलित मुल्यांचे विश्लेषण करा. (3.5)
ii) दिलेल्या प्राक्कलित गुंतवणूक फलनांच्या आधारे t_a आणि t_b यांचे मूल्य काढा. (04)
- ब) i) खालील माहितीच्या आधारे R^2 चे मूल्य काढा : (3.5)
 $TSS = 659$, $ESS = 339$ आणि $RSS = 320$.
ii) खालील माहितीच्या आधारे समायोजित (adjusted) R^2 चे मूल्य काढा : (04)
 $TSS = 742$, $ESS = 574$ आणि $RSS = 168$, $n = 17$, $k = 05$.
- क) पुढील समाश्रयण प्रतिमान (Regression Model) विचारात घ्या : (7.5)

$$Y = \alpha + \beta X$$

दिलेल्या माहितीच्या आधारे $\hat{\alpha}$ आणि $\hat{\beta}$ चे मूल्य काढा.

X	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Y	4	9	11	6	12	14	7	5	8

4. पुढीलपैकी कोणत्याही दोन प्रश्नांची उत्तरे लिहा : (15)

- अ) i) विभिन्न विचरण (Heteroskedasticity) संकल्पना उदाहरणाच्या सहाय्याने थोडक्यात (3.5)
स्पष्ट करा. रेषीय समाश्रयण प्रारुपातील विभिन्न विचारणाचे परिणाम सांगा.
ii) गोल्डफेल्ड-क्वॉन्ट्स (Goldfeld-Quandt's) चाचणी संख्यिकी काढा. पुढील (04)
माहितीच्या आधारे विभिन्न विचारणाची समस्या आहे का? निर्धारण करा.

$$RSS_2 = 376 \quad df = 11$$

$$RSS_1 = 299 \quad df = 11$$

$$F_{0.05, 11, 11} = 2.82$$

- ब) i) स्वायत्त-सहसंबंधाची (Autocorrelation) समस्या उदाहरणाच्या सहाय्याने स्पष्ट करा. रेखीय समाश्रयन प्रारुपावर स्वायत्त-सहसंबंधाचे होणारे परिणाम सांगा. (3.5)
- ii) डर्बिन-वॉटसन (Durbin-Waston) सांख्यिकी काढा आणि स्वायत्त-सहसंबंधाची (Autocorrelation) समस्या शोधून निर्णय घ्या : (04)
- $$\sum \hat{e}_t \hat{e}_{t-1} = 40, \sum \hat{e}_{t-1}^2 = 90.$$
- क) i) बहुरेखीयतेच्या समस्यांची चर्चा करा व त्याचे परिणाम सांगा. (3.5)
- ii) समजा r_{23} हा x_2 आणि x_3 मधील सहसंबंध गुणक दर्शवितो. खालील आकडेवारीच्या सहाय्याने प्रचरण वृद्धि घटक (Variance Inflating Factor - VIF) गणना करा. (04)

r_{23}	0.55	0.65	0.75	0.85
VIF				